УДК 37.016:511-028.31(079)

Тематичний розділ: Загальноосвітня школа

Н.Ю.Нарихнюк,
викладач математики вищої категорії
циклової комісії природничо-математичних дисциплін
Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний коледж»
Волинської обласної ради
Н.Ю.Корінчук,
викладач методики навчання математичної освітньої галузі вищої категорії,
методист циклової комісії природничо-математичних дисциплін
Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний коледж»
Волинської обласної ради
Л.І.Лейбик
викладач фізики та астрономії вищої категорії, методист
циклової комісії природничо-математичних дисциплін
Комунального закладу вищої освіти
«Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради

АНАЛІТИЧНІ ТА ГРАФІЧНІ ПРИЙОМИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ З ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЗНО

В статті розглядається аналіз різних схем розв'язування рівнянь, систем та нерівностей з параметром. Відзначено, що сучасний стан розвитку шкільної освіти в Україні передбачає активне впровадження практичної складової математики як наріжного каменю формування успішної людини. А на практиці ми все частіше стикаємося з тим, що здобувачів навчають робити все за заданим алгоритмом, не показуючи, що вся краса математики криється у творчості, у креативному підході до розв'язування певних видів завдань. Саме до таких і відносяться рівняння та нерівності з параметрами. Встановлено, що задачі з параметрами сприяють формуванню інтелектуальних умінь, розвитку логічного мислення і математичної культури, але під час розв'язування виникають значні труднощі. У завданнях з параметрами немає чіткого алгоритму розв'язування, а є лише необхідний базис знань з курсу алгебри та творчість самого учня. Це пов'язане з тим, що кожна задача з параметром передбачає розв'язування не однієї, а цілої низки *різноманітних математичних задач: рівнянь, нерівностей тощо. Виявлено, що завдання з параметрами вимагає свого окремого способу й алгоритму розв'язування і тому вимагає продуктивного учіння, що не вписується в стандартні способи й алгоритми.*

Сучасний аналіз навчального процесу та численних досліджень показав, що задачі з параметрами відкривають перед учнями значну кількість евристичних прийомів загального характеру, які мають цінність для математичного розвитку особистості, застосовуються у дослідженнях і на будь-якому іншому математичному матеріалі. Завдання з параметрами нерідко з'являються у прикладних напрямках елементарної математики та в дослідницьких завданнях. З'ясовано, що вони сприяють формуванню в учнів логічного мислення, розвитку вміння лаконічно та прозоро записувати розв'язання, перебирати всі можливі варіанти розташування графіків, що є основою для виховання юних дослідників природничих наук. Доведено, що регулярне вирішення навіть декількох завдань із параметрами буде корисним для розвитку дослідницьких вмінь здобувачів освіти, а отже, для їх майбутньої професійної діяльності. У статті запропоновано розв'язки завдань з параметрами, що пропонувалися на ЗНО минулих років.

Ключові слова: *завдання з параметрами, область допустимих значень, зовнішнє незалежне оцінювання, рівняння, системи, розв'язки.*

Постановка проблеми. Сучасний стан розвитку шкільної освіти в Україні передбачає активне впровадження практичної складової математики як наріжного каменю формування успішної людини. А на практиці ми все частіше стикаємося з тим, що здобувачів навчають робити все за заданим алгоритмом, не показуючи, що вся краса математики криється у творчості, у креативному підході до розв'язування певних видів завдань. А саме до таких і відносяться рівняння та нерівності з параметрами. Задачі з параметрами сприяють формуванню інтелектуальних умінь, розвитку логічного мислення і математичної культури, та їх розв'язування пов'язане зі значними труднощами.

У завданнях з параметрами немає чіткого алгоритму розв’язування, а є лише необхідний базис знань з курсу алгебри та творчість самого учня.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналізуючи різні публікації та вивчаючи відповідні джерела, можна прослідковувати закономірність, що розв'язанню задач із параметрами в шкільній програмі приділяється недостатньо уваги.

Основні труднощі при розв'язуванні задач із параметрами обумовлені тим, що наявність параметра змушує вирішувати задачу не за шаблоном, а розглядати різні випадки, при кожному з яких методи розв'язання суттєво відрізняються один від одного [5, с.212; 6, с.86].

У методичній літературі зустрічається ряд робіт, пов'язаних із задачами з параметрами, автори яких М. І. Башмаков, В. В. Вавілов, В. І. Голубєв, О. М. Гольдман, Г. В. Дорофєєв, М. Я. Ігнатенко, К. С. Кочарова, О. А. Корміхін, В. М. Лейфура, В. К. Марков, С. І. Мещерякова, А. Г. Мордкович, С. І. Новосєлов, Г. Ф. Олійник, Н. О. Тарасенкова, С. А. Тинянкін, І. І. Чучаєв, І. Ф. Шаригін, С. А. Ястребинецький та ін.

Мета статті. Головною метою цієї роботи є вивчення та аналіз різних схем розв’язування рівнянь та систем з параметром для подальшого з’ясування доцільності використання таких завдань у роботах ЗНО.

Виклад основного матеріалу. Якщо в рівнянні або нерівності деякі коефіцієнти задані не конкретними числовими значеннями, а подані буквами, то вони називаються параметрами, а рівняння чи нерівність параметричними. Розв’язати рівняння або нерівність з параметром – означає для всіх допустимих значень параметра знайти множину всіх розв’язків цього рівняння або нерівності. Причому, суттєвим етапом розв’язку завдань з параметром є запис відповіді. Особливо це відноситься до тих задач, в котрих можливі різні варіанти відповідей у залежності від значення параметру.

Традиційно для розв’язування задач з параметрами використовують аналітичні та графічні методи. Найбільш часто використовуються аналітичні способи міркування до розв’язування рівнянь, нерівностей, їх систем або сукупностей. Гарні результати в окремих випадках дає використання властивостей функцій. Графічні розв’язання, як правило, використовуються в Декартовій системі координат [2, с.2; 3,с.13].

Важливо навчити учнів різним методам розв’язувати задачі, а не віддавати перевагу якомусь одному із них, з тим щоб кожний учень був готовий до вибору раціонального і ефективного шляху розв’язку. Велику увагу слід приділяти накопиченню в учнів досвіду самостійного пошуку способу і відповідного алгоритму.

З чого розпочати розв’язування задач з параметрами? В першу чергу потрібно звести рівняння до більш простішого: розкласти на множники, врахувати область визначення, позбавитися модуля, логарифма, тригонометричних виразів, потім необхідно розв’язати окремо кожне із завдань.

При розв’язуванні завдань з параметром зустрічаються завдання, що можна поділити на такі категорії: розв’язати рівняння або нерівність, їх системи для всіх можливих значень параметра; завдання, в яких пропонується знайти лише ті розв’язки, що задовольняють певним умовам. Третій тип завдань – визначити кількість коренів рівняння в залежності від значень параметра. Цей тип завдань в більшості випадків зручно і доречно розв’язувати графічним способом.

Розглянемо декілька прикладів із ЗНО минулих років різними способами їх розв’язку.

Розвязування завдань з параметрами для всіх можливих значень параметра

<u>Задача 1.</u> *(ЗНО 2017р.).* Розв’яжіть рівняння $\frac{3x^2-6ax-a+2^{\log_2(x-a)}}{|\cos(\pi x)+1|-1}$ залежно від значень параметра *а*.

<u>Розв’язання</u>

Врахувавши область допустимих значень (ОДЗ) рівняння отримаємо систему рівнянь та нерівностей: $\begin{cases} 3x^2 - 6ax - a + x - a = 0 \\ x > a \\ |cos(\pi x) + 1| - 1 \neq 0 \end{cases}$.

Оскільки $\cos(\pi x) + 1 \geq 0$, то $\begin{cases} 3x^2 - x(6a - 1) - 2a = 0 \\ x > a \\ cos(\pi x) + 1 - 1 \neq 0 \end{cases}$.

Розв'яжемо перше рівняння системи:

$3x^2 - x(6a - 1) - 2a = 0$

$D = (6a - 1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2a) = (6a + 1)^2$

$x_1 = \dfrac{6a - 1 + 6a + 1}{6} = 2a; \quad x_2 = \dfrac{6a - 1 - 6a - 1}{6} = -\dfrac{1}{3}.$

Повернемося до системи:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2a; \\ x = -\dfrac{1}{3}; \end{array}\right. \\ x > a; \\ cos(\pi x) \neq 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2a; \\ x = -\dfrac{1}{3}; \end{array}\right. \\ x > a; \\ \pi x \neq \dfrac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z; \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 2a; \\ x = -\dfrac{1}{3}; \end{array}\right. \\ x > a; \\ x \neq \dfrac{1}{2} + n, n \in Z; \end{cases}$$

Перевіримо,при якому значенні параметра a існуватиме корінь $x = 2a$.

$\begin{cases} 2a > a \\ 2a \neq \frac{1}{2} + n, n \in Z \end{cases}; \quad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq \frac{1+2n}{4}, n \in Z \end{cases}$

Перевіримо,при якому значенні параметра a існуватиме корінь $x = -\frac{1}{3}$.

$$\begin{cases} -\dfrac{1}{3} > a \\ -\dfrac{1}{3} \neq \dfrac{1}{2} + n, n \in Z \end{cases}$$

Отже, якщо a$< -\frac{1}{3}$, тоді $x = -\frac{1}{3}$.

Відповідь: *якщо* $a \in (-\infty; -\frac{1}{3})$, то $x = -\frac{1}{3}$;

якщо $a \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$, то $x \in \emptyset$;

якщо $a \in (0; +\infty)$ і $a \neq \frac{1+2n}{4}, n \in Z$, то $x = 2$a.

Задача 2. *(ЗНО 2016 р.)*. Розв'яжіть нерівність для всіх значень параметра a

$$\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}>a.$$

<u>Розв'язання</u>

Знайдемо область визначення даного рівняння: $\begin{cases} a+x\geq 0, \\ a-x\geq 0. \end{cases}$ $x\in[-a;a]$.

Піднесемо обидві частини нерівності до квадрату:

$a+x+a-x+2\sqrt{a^2-x^2}>a^2$;

$2a+2\sqrt{a^2-x^2}>a^2$;

$2\sqrt{a^2-x^2}>a^2-2a$;

При піднесенні обох частин нерівності до квадрату слід врахувати два випадки:

$\begin{cases} a^2-2a\geq 0, \\ 4(a^2-x^2)>(a^2-2a)^2; \end{cases}$ $\begin{cases} a^2-2a<0, \\ x\in[-a;a]; \end{cases}$

Оскільки *a≠0*,то: $\begin{cases} a\in(0;2), \\ x\in[-a;a]; \end{cases}$ $\begin{cases} a\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty), \\ 4a^2-4x^2>a^4-4a^3+4a^2; \end{cases}$

$\begin{cases} a(-\infty;0)\cup[2;+\infty), \\ x^2<\frac{4a^3-a^4}{4}; \end{cases}$ $\begin{cases} a\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty), \\ x\in(-\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2};\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2}); \\ 4a-a^2\geq 0; \end{cases}$

$\begin{cases} a\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty), \\ x\in(-\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2};\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2}); \\ a\in[0;4]; \end{cases}$ $\begin{cases} x\in(-\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2};\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2}); \\ a\in[2;4]; \end{cases}$

Відповідь: *якщо a∈(-∞;0]*$\cup(4;+\infty)$, *то x∈∅;*

якщо a∈(0;2), то x∈(-a;a);

якщо a∈[2;4], то $x\in(-\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2};\frac{a}{2}\sqrt{4a-a^2})$.

Знаходження розв'язків завдань з параметрами, на які накладаються певні умови

<u>Задача 3.</u> *(ЗНО 2013 р.)*. Знайдіть значення параметра a, при якому корінь рівняння $lg(\sin 5\pi x)=\sqrt{16+a-x}$ належить проміжку $(\frac{3}{2};2)$.

<u>Розв'язання</u>

Врахуємо область визначення рівняння:

$\begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ lg(\sin 5\pi x) \geq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ lg(\sin 5\pi x) \geq lg1; \end{cases}$ $\begin{cases} \sin 5\pi x > 0, \\ \sin 5\pi x \geq 1; \end{cases}$

Отримаємо, $\sin 5\pi x = 1$, $5\pi x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$, $x = \frac{1}{10} + \frac{2n}{5}$, $n \in Z$.

Оскільки $x \in (\frac{3}{2}; 2)$, то:

$\frac{3}{2} \leq \frac{1}{10} + \frac{2n}{5} \leq 2$; $\frac{3}{2} \leq \frac{1+4n}{10} \leq 2$; $15 \leq 1 + 4n \leq 20$; $3\frac{1}{2} \leq n \leq 4\frac{3}{4}$.

Звідси виплаває, що n=4, тоді $x = \frac{1}{10} + \frac{2\cdot 4}{5} = 1{,}7$. Знайдемо значення параметра, при якому $x \in [-\frac{3}{2}; 2]$.Оскільки $\sin 5\pi x = 1$, і $lg(\sin 5\pi x)$=0, то $\sqrt{16 + a - x} = 0$.

$16 + a - x = 0$; $x = 16 + a$; $16 + a = 1{,}7$; $a = -14{,}3$.

Відповідь: $a = -14{,}3$.

<u>Задача 4.</u> *(ЗНО 2012 р.).* Знайдіть усі значення параметра a, при яких добуток коренів рівняння $\log_2{}^2 x - (2a^2 - a)\log_2 x + 1 - 2a = 0$,дорівнює 8.

<u>Розв'язання</u>

Введемо заміну $\log_2 x = t$, тоді отримаємо рівняння

$$t^2 - (2a^2 - a)t + 1 - 2a = 0;$$

$$D = (2a^2 - a)^2 - 4(1 - 2a) = a^2(2a - 1)^2 + 4(2a - 1);$$

$$D = (2a - 1)(2a^3 - a^2 + 4);$$

якщо $a > \frac{1}{2}$, то рівняння має два корені: $t_{1,2} = \frac{2a^2 - a \mp \sqrt{D}}{2}$.

Повернемося до заміни і отримаємо рівняння:

$$log_2 x = \frac{2a^2 - a \mp \sqrt{D}}{2},$$

$$x_{1,2} = 2^{\frac{2a^2 - a \mp \sqrt{D}}{2}}.$$

Обчислимо добуток коренів даного рівняння:

$$x_1 \cdot x_2 = 2^{\frac{2a^2 - a + \sqrt{D}}{2}} \cdot 2^{\frac{2a^2 - a - \sqrt{D}}{2}},$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2^{\frac{2a^2 - a + \sqrt{D}}{2} + \frac{2a^2 - a - \sqrt{D}}{2}},$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2^{\frac{4a^2 - 2a}{2}},$$

$$x_1 \cdot x_2 = 2^{\,2a^2-a},$$

Оскільки добуток коренів дорівнює 8, то $2^{\,2a^2-a}$=8,

$$2a^2 - a = 3, \quad \left[\begin{array}{l} a = \frac{3}{2}, \\ a = -1; \end{array}\right.$$

Врахувавши умову $a > \frac{1}{2}$, отримаємо $a = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

Відповідь: $\mathbf{1{,}5}$.

<u>Задача 5.</u> *(ЗНО 2014 р.).* Знайдіть *найбільше* значення параметра a, при якому система рівнянь $\begin{cases} (2a-1)\sin x + \cos x = 2, \\ a\sin x + (2a-1)\cos x = a+1. \end{cases}$ має безліч розв’язків.

<u>Розв’язання</u>

Введемо заміну $\sin x = b$, $\cos x = c$. Отримаємо систему лінійних рівнянь відносно змінних b і c та параметра a: $\begin{cases} (2a-1)b + c = 2, \\ ab + (2a-1)c = a+1; \end{cases}$

Розв’яжемо систему рівнянь способом додавання, для цього домножимо перше рівняння на $-(2a-1)$, отримаємо:

$$\begin{cases} -(2a-1)^2 b - (2a-1)c = -2(2a-1), \\ ab + (2a-1)c = a+1; \end{cases}$$

$$-(2a-1)^2 b + ab = -2(2a-1) + a + 1;$$

$$(-4a^2 + 4a - 1)b + ab = -2a + 2 + a + 1;$$

$$b(-4a^2 + 5a - 1) = -3a + 3;$$

$$b = \frac{3a-3}{4a^2-5a+1} = \frac{3(a-1)}{4(a-1)(a-\frac{1}{4})} = \frac{3}{4a-1};$$

$$c = 2 - (2a-1)\frac{3}{4a-1} = 2 - \frac{6a-3}{4a-1} = \frac{2a+1}{4a-1};$$

Повернемося до заміни: $\sin x = \frac{3}{4a-1}$, $\quad \cos x = \frac{2a+1}{4a-1}$.

Оскільки $sin^2 x + cos^2 x = 1$, то $\left(\frac{3}{4a-1}\right)^2 + \left(\frac{2a+1}{4a-1}\right)^2 = 1;$

$$\frac{9 + 4a^2 + 4a + 1}{(4a-1)^2} - 1 = 0; \quad \begin{cases} 4a^2 + 4a + 10 - 16a^2 + 8a - 1 = 0, \\ a \neq \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12a^2 - 12a - 9 = 0, \\ a \neq \dfrac{1}{4}; \end{cases} \qquad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = -\dfrac{1}{2}, \\ a = \dfrac{3}{2}, \end{array}\right. \\ a \neq \dfrac{1}{4}; \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} a = -\dfrac{1}{2}, \\ a = \dfrac{3}{2}, \end{array}\right.$$

Найбільше значення параметра, при якому система має безліч розв'язків $a = \frac{3}{2}$.

Відповідь: *1,5*

Графічний спосіб розв'язування завдань з параметрами

<u>Задача 6.</u> *(ЗНО 2010 р.).* Знайдіть найбільше значення параметра a, при якому система рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 = 81, \\ (x+2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

<u>Розв'язання</u>

Графіком рівняння $x^2 + y^2 = 81$ є коло з центром (0;0), радіус 9. Графіком другого рівняння $(x+2)^2 + y^2 = a^2$, є коло з центром (-2;0), радіус *a*. Оскільки система рівнянь має один розв'язок, кола дотикаються внутрішнім або зовнішнім способом, як показано на рисунку 1:

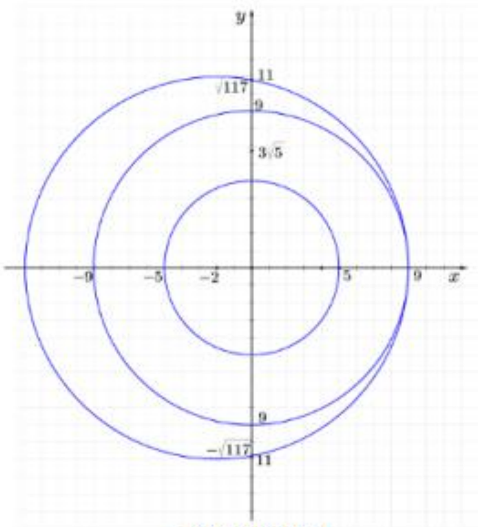

Рисунок 1

Отже, система має один розв'язок при *a=7, a=11*. Найбільше значення *a*=11.

Відповідь: *a=11.*

<u>Задача 7.</u> *(ЗНО 2014 р.).* Знайдіть усі *від'ємні* значення параметра a, при яких система рівнянь $\begin{cases} 2\sqrt{y^2 - 4y + 4} + 3|x| = 11 - y, \\ 25x^2 - 20ax = y^2 - 4a^2 \end{cases}$ має єдиний розв'язок.

<u>Розв'язання</u>

Подамо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} 2\sqrt{(y-2)^2}+3|x|=11-y, \\ 25x^2-20ax+4a^2=y^2; \end{cases} \qquad \begin{cases} 2|y-2|+3|x|=11-y, \\ (5x-2a)^2=y^2. \end{cases}$$

Побудуємо графік першого рівняння:

$$\begin{cases} x>0, \\ y>2, \\ 2(y-2)+3x+y=11; \end{cases} \begin{cases} x\le 0, \\ y\ge 2, \\ 2(y-2)-3x+y=11; \end{cases} \begin{cases} x<0, \\ y<2, \\ -2(y-2)-3x+y=11; \end{cases} \begin{cases} x\ge 0, \\ y\le 2, \\ -2(y-2)+3x+y=11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>0, \\ y>2, \\ y=5-x; \end{cases} \qquad \begin{cases} x\le 0, \\ y\ge 2, \\ y=5+x; \end{cases} \qquad \begin{cases} x<0, \\ y<2, \\ y=-3x-7; \end{cases} \qquad \begin{cases} x\ge 0, \\ y\le 2, \\ y=-3x-7; \end{cases}$$

Графіком другого рівняння є сукупність прямих: $\left[\begin{array}{l} y=5x-2a, \\ y=-5x+2a. \end{array}\right.$

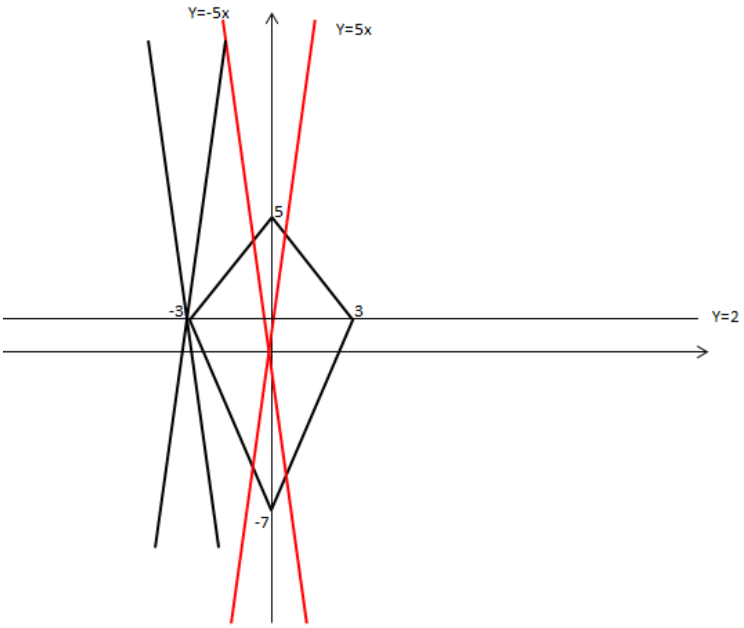

Рисунок 2

Отже, система має єдиний розв’язок, якщо прямі $y=5x-2a$, $y=-5x+2a$ проходять через точку (-3; 2). Знайдемо значення параметра a:

$$y=5x-2a; \quad 2=-15-2a; \quad 2a=-17; \quad a=-8{,}5.$$

Відповідь: $-8{,}5$.

Висновки і пропозиції. Розв’язування рівнянь і нерівностей з параметрами займають важливе значення при підготовці до ЗНО. Дані завдання апробовано зі студентами Луцького педагогічного коледжу під час факультативних занять з математики. Зрозуміло, що задачі з параметром – це специфічний тип завдань, для розв’язання яких треба бути не лише добре обізнаним із основними принципами та схемами розв’язування, а й вміти творчо підходити до їх вирішення, мати розвинене логічне та критичне мислення.

Підсумовуючи, слід зазначити, що, звичайно, викладачі не можуть приділити багато часу на розв’язування завдань з параметрами. Це зрозуміло з огляду на зміст та вимоги програми з математики, на кількість годин, які виділяються на вивчення математики. Однак, регулярне розв’язування навіть декількох завдань із параметрами буде корисним для розвитку дослідницьких вмінь здобувачів освіти, а отже, для їх майбутньої професійної діяльності.

Список використаної літератури:

1. Апостолова Г.В., Ясінський В.В. Перші зустрічі з параметрами. Київ: Факт, 2008. 324 с.
2. Гончаренко С.У. Фундаментальність освіти як дидактичний принцип. *Шлях освіти*. 2008. Вип.1 (47). С. 2 – 6.
3. Крамаренко А. В. Розв’язання рівнянь та нерівностей з параметрами. *Математика*. 2004. №17-18. С. 13-20.
4. Крамор В. С. Задачі з параметрами і методи їх розв’язання: навчальна книга. Тернопіль: Богдан, 2011, 416 с.
5. Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Лабораторний практикум з методики навчання математики: навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. Тернопіль, Богдан, 2013. 224 с.
6. Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Системне моделювання процесу розв’язування текстових математичних задач: кібернетичний підхід . *ПостМетодика*. 2009. № 4 (88). С. 22-27.
7. Сержук С.В. Рівняння з параметрами. *Математика*. 2004. №17-18. С.8-12.

Narykhniuk N., Korinchuk N., Leibyk L. Analytical and graphic techniques for solving tasks with parameters in preparation for the ZNO.

The article deals with the analysis of various schemes for solving equations, systems, and inequalities with the parameter. It is noted that the current state of *development of school education in Ukraine envisages the active introduction of a practical component of mathematics as a cornerstone of the formation of a successful person. And in practice, we are increasingly faced with the fact that the applicants are taught to do everything according to a given algorithm, without showing that all the beauty of mathematics lies in creativity, in a creative approach to solving certain types of tasks. It is to such and includes equations and inequality with parameters. It has been established that tasks with parameters contribute to the formation of intellectual skills, the development of logical thinking, and mathematical culture, but during solving there are significant difficulties. In the tasks with parameters, there is no clear algorithm for solving, but there is only the necessary basis of knowledge from the course of the algebra and the work of the student itself. This is because each problem with the parameter involves solving not one, and several various mathematical problems: equations, inequalities, etc. It has been found that tasks with parameters require its separate method and algorithm for solving and therefore require productive learning that does not fit into standard methods and algorithms.*

The modern analysis of the educational process and numerous studies showed that tasks with parameters are opened before students a significant number of English heuristic techniques that have value for mathematical development of personality are used in studies and on any other math material. Tasks with parameters often appear in the applied directions of elementary mathematics and research tasks. It is found that they contribute to the formation of logical thinking, development of laconic skills, and transparently record solutions, to travel all possible variants of schedules, which are the basis for the education of young researchers of natural sciences. It is proved that a regular solution to even several tasks with parameters will be useful for the development of research skills of education, and therefore, for their future professional activities. The article proposes to solve tasks with the parameters offered in the past years.

Key words: *tasks with parameters, region of permissible values, external independent evaluation, equation, systems, solutions.*