УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ
ВОЛИНСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ
«ЛУЦЬКИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ КОЛЕДЖ»
ВОЛИНСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ
ЛУЦЬКИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ

Наталія Нарихнюк

ПРАКТИКУМ З МАТЕМАТИКИ

ІІ ЧАСТИНА

Посібник для абітурієнтів та здобувачів повної загальної середньої освіти

Л у ц ь к – 2025

УДК 51(076.5) (075.8)
Н 28

Рекомендовано до друку методичною радою
Луцького педагогічного фахового коледжу
Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний коледж»
Волинської обласної ради
(протокол № 10 від 24. 04. 2025)

Рецензенти:
Мартинюк О. С. – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри експериментальної фізики, інформаційних та освітніх технологій Волинського національного університету імені Лесі Українки
Корнелюк В. О. – викладач-методист, голова циклової комісії природничо-математичних дисциплін Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради.

Нарихнюк Н.Ю.
Практикум з математики (2 частина): посібник / упоряд. Н. Ю. Нарихнюк. Луцьк: Комунальний заклад вищої освіти «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради, 2025. 175 с.

Посібник містить 1204 завдань з усього курсу алгебри та початків аналізу і геометрії 11-річної школи та 10 варіантів тестів для підготовки до НМТ. Переважну більшість завдань, запропонованих у посібнику, можна виконувати без додаткових записів на дошці чи рисунків, лише для незначної кількості вправ додаткові записи є необхідними.

Абсолютна більшість пропонованих вправ потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1-3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО/НМТ). Тому посібник також принесе користь тим, хто готується до ЗНО та ДПА.

Посібник буде корисний здобувачам освіти для закріплення теоретичного матеріалу, при підготовці до зовнішнього незалежного тестування, а також викладачам математики як дидактичний матеріал.

ПЕРЕДМОВА

Посібник містить 1204 вправ з усього курсу алгебри та початків аналізу і геометрії 11-річної школи та 10 варіантів тестів для підготовки до НМТ.

Переважну більшість запропонованих у посібнику вправ можна виконувати без додаткових рисунків чи записів на дошці. Складніші вправи позначено зірочкою.

Абсолютна більшість пропонованих завдань потребує миттєвої відповіді або розв'язується за допомогою 1-3 логічних кроків. Саме такі вправи складають першу частину завдань зовнішнього незалежного оцінювання, а тому посібник стане корисним і для тих, хто готується до ЗНО/НМТ та ДПА.

Основна мета посібника – допомогти викладачеві математики у доборі нескладних корисних вправ (переважно початкового та середнього рівнів навчальних досягнень) зі шкільного курсу алгебри та початків аналізу і геометрії 11-го класу. Саме таких видів вправ бракує у діючих підручниках. Викладач може пропонувати їх на різних етапах навчання: під час повторення, актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу та його закріплення.

Під час виконання запропонованих вправ здобувачі освіти закріплюють теоретичні знання, тренують пам'ять, підвищують свою логічну та загальноматематичну культуру. Нескладні вправи розвивають у студентів уважність, спостережливість, ініціативність, пробуджують інтерес до математики. Так, розв'язавши нескладну вправу, слабкий здобувач освіти зможе повірити у свої сили, а студенти середнього та вищого рівня навчання закладуть фундамент для розв'язування складніших вправ.

У посібнику відсутні відповіді до вправ, а тому його доцільно використовувати і як дидактичний матеріал.

Останнім розділом посібника є тести для підготовки студентів до здачі НМТ. Метою цих тестів є допомога абітурієнтам ознайомитися з форматом та складністю завдань НМТ з математики, а також практикувати свої математичні навички.

Про структуру тесту: НМТ з математики складається з 22 завдань різних форм: завдання з вибором однієї правильної відповіді; завдання на встановлення відповідності; завдання відкритої форми з короткою відповіддю.

Яка структура блоку НМТ з математики?

Усього в блоці НМТ з математики буде 22 завдання, з-поміж яких:

- 15 завдань з вибором однієї правильної відповіді з п'яти запропонованих варіантів;
- 3 завдання на встановлення відповідності (потрібно встановити по 3 «логічні пари»);
- 4 завдання відкритої форми з короткою відповіддю (неструктуровані завдання).

Як будуть оцінювати завдання блоку НМТ з математики?

Завдання з математики буде оцінено відповідно до схеми нарахування балів, застосовуваної в ЗНО. Тобто по 1 тестовому балу буде нараховано за кожну

правильну відповідь на завдання з вибором однієї правильної відповіді, по 1 тестовому балу за кожну правильно визначену логічну пару в завданнях на встановлення відповідності та по 2 бали за кожну правильну коротку відповідь. Таким чином, учасник НМТ, який правильно розв'язав усі завдання тесту та правильно записав відповіді, отримує максимальну кількість балів – 32.

Учасник тестування може перевести свої набрані тестові бали у шкалу 100–200 за допомогою наведеної таблиці.

Таблиця

Тестовий бал	**Бал за шкалою 100-200**	**Тестовий бал**	**Бал за шкалою 100-200**
5	100	19	151
6	108	20	152
7	115	21	155
8	123	22	159
9	131	23	163
10	134	24	167
11	137	25	170
12	140	26	173
13	143	27	176
14	145	28	180
15	147	29	184
16	148	30	189
17	149	31	194
18	150	32	200

Посібник відповідає вимогам навчальної програми, а тому легко адаптується до будь-якого підручника.

Автори заздалегідь вдячні читачам посібника за будь-які побажання та зауваження, які можна надсилати за адресою: 43010 м.Луцьк, проспект Волі, 36, Комунальний заклад вищої освіти «Луцький педагогічний коледж» Волинської обласної ради. **E-mail:** lpk@ua.fm.

Частина І

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Розділ 1. ПОКАЗНИКОВА ТА ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЇ

Властивості та графіки показникової функції

1. Які з наведених функцій є показниковими:

1) $y = x^{-x}$; 2) $y = (-2)^x$; 3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

4) $y = (0{,}3)^x$; 5) $y = 3^x$; 6) $y = x^4$;

7) $y = 2^x$; 8) $y = -2^x$; 9) $y = \left(1-\sqrt{2}\right)^x$.

2. Чому дорівнює *a,* якщо графік функції $f(x) = a^x$ проходить через точку $A\left(-3; \frac{1}{27}\right)$.

3. В одній системі координат побудувати графіки показникових функцій $y = 3^x$ і $y = 5^x$. Яка з функцій зростає швидше?

4. В одній системі координат побудувати графіки показникових функцій $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ і $y = 3^x$. Як розташовані графіки цих функцій відносно осі ординат?

5. Дано кілька зростаючих функцій: $y = 2^x; y = 1{,}4^x; y = 4{,}1^x; y = 7^{\frac{1}{2}x}; y = 5^x; y = 1{,}11^x$. Записати їх у порядку зменшення швидкості зростання для x>0.

6. Які з наведених функцій є зростаючими, а які спадними:

1) $y = 7^x$; 2) $y = 0{,}1^x$; 3) $y = \left(\sqrt{3}\right)^x$; 4) $y = \pi^x$;

5) $y = \left(\frac{2}{7}\right)^x$; 6*) $y = 36^{-\frac{x}{2}}$; 7*) $y = \left(4\cos\frac{\pi}{3}\right)^{-x}$.

7. На рис. 1 подано графіки функцій:

1) $y = 2^x$; 2) $y = 3^x$;

3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 4) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Встановити відповідність між графіками і функціями.

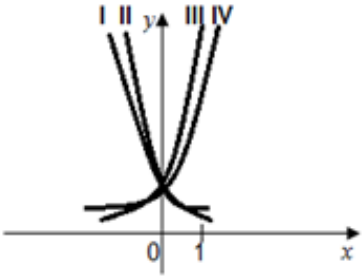


Рис. 1

8. Чи є серед усіх значень функції $y = 2^x$:

1) найбільше значення;

2) найменше значення.

9. Як розташовані графіки функцій $y=\left(\frac{5}{4}\right)^x$ і $y=\left(\frac{4}{5}\right)^x$? Чому?

10. Що можна сказати про числа m і n, якщо виконується нерівність $7^m > 7^n$

11. Що можна сказати про числа p і g, якщо $(0{,}5)^p < (0{,}5)^g$?

12. Які з нерівностей правильні:

1) $\left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{3}}$; 2) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 > \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{4,5}$;

3) $0{,}3 > \left(\frac{1}{2}\right)^{-\sin x}$, де $0 < x < \frac{\pi}{2}$; 4) $(0{,}7)^{-\pi} < (0{,}7)^{-2\pi}$?

13. Порівняти показники степеня x_1 і x_2, якщо:

1) $10^{x_1} > 10^{x_2}$; 2) $(0{,}3)^{x_1} > (0{,}3)^{x_2}$; 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x_1} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x_2}$;

4) $\left(\sqrt{0{,}1}\right)^{x_1} < \left(\sqrt{0{,}1}\right)^{x_2}$; 5) $\pi^{x_1} < \pi^{x_2}$; 6) $\left(\cos\frac{\pi}{11}\right)^{x_1} > \left(\cos\frac{\pi}{11}\right)^{x_2}$.

14. Порівняти числа:

1) $2{,}5^{-\sqrt{2}}$ і 1; 2) $3^{1,2}$ і $3^{1\frac{1}{3}}$; 3) $7^{\sqrt{3}}$ і 1;

4) 2^{-2012} і 0; 5) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ і $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3,1}$; 6*) $\left(\sqrt{5}-2\right)^{-2}$ і $\left(\sqrt{5}-2\right)^{-3}$.

15. Порівняти а з одиницею:

1) $a^{13} > a^{11}$; 2) $a^{\frac{1}{8}} < a^{\frac{1}{2}}$; 3) $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{4}{3}}$;

4) $a^{-0,5} > 1$; 5) $a^7 < 1$.

16. Знайти область визначення функції:

1) $y = 7^{2x}$; 2) $y = 2^{\sqrt{x}}$; 3) $y = 13^{\frac{1}{x-2}}$; 4) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x}{x^2-1}}$;

5) $y = \left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{1}{x^2+1}}$; 6) $y = 3^{\sqrt{5-x}}$; 7) $y = 4^{\sqrt{1-x^2}}$; 8) $y = 5^{\sin x}$.

17. Побудуйте схематично графік функції та вкажіть область значень функції:

1) $y = 5^x$; 2) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$; 3) $y = -5^x$; 4) $y = 2 + 5^x$;

5) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3$; 6) $f(x) = 3^x - 2$; 7) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$.

18. Чи може функція $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ набувати значень:

1) $\sqrt{2}$; 2) 0; 3) $-\frac{1}{2}$; 4) 1; 5) 100000; 6) 0,0001.

19. Побудувати графік функції та вказати основні властивості:

1) $y=4^x$; 2) $y=\left(\frac{3}{4}\right)^x$; 3) $y=\left(\frac{4}{3}\right)^x$;

4) $y=(2{,}5)^x$; 5) $y=6^x$; 6) $y=6^{-x}$.

20. Чи мають спільну точку графіки функцій $y=2^x; y=\left(\frac{5}{27}\right)^x$?

21. Дано функцію $y=2^x$. Заповнити таблицю.

x		3		0		3		6
y			$\frac{1}{4}$		4		16	

22. Графік якої з функцій:

1) $y=a^x, 0<a<1$;

2) $y=a^{x-1}, 0<a<1$;

3) $y=a^x-1, 0<a<1$;

4) $y=a^x+1, 0<a<1$;

5) $y=a^x-1, a>1$ зображено на рис. 2?

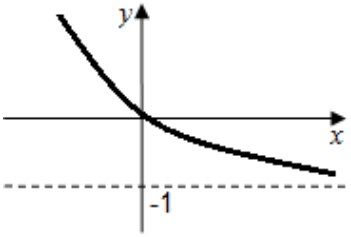


Рис. 2

23. Обчислити значення виразу $\frac{3^{4x}-4x^2}{3^{2x}+2x}$ при $x=1{,}5$.

24. Обчислити значення даного виразу: $\left(2^{3x}+2^{-2x}\right)^2-\left(2^{3x}-2^{-2x}\right)^2$.

25. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$, якщо $x\in[-2;3]$.

26. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, якщо $x\in[-1;4]$.

27. Знайдіть найменше і найбільше значення функції на R:

1) $y=5^{\sin x}$; 2) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$;

3) $y=1+2^{|\cos x|}$; 4) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^{-|\cos x|}-1$.

28. Розв’яжіть рівняння графічно:

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = -\frac{2}{x}$; 2) $2^{-x} = x + 6$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-x} = 4 - x$.

Розв'язування показникових рівнянь

29. Розв'язати рівняння:

1) $2^x = 64$; 2) $2^{2x} = 512$; 3) $2^{-x} = 16$;

4) $2^{x+1} = 32$; 5) $3^{2x-1} = 81$; 6) $\sqrt{5^x} = \sqrt[3]{25}$;

7) $3^x = \frac{1}{81}$; 8) $10^x = 0{,}0001$; 9) $4^{x-2} = 64$;

10) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x = 1$; 11) $2^x \cdot 5^x = 0{,}01$; 12) $a^{x^2-7x+12} = 1$;

13) $a^{(x-1)(x+2)} = 1$; 14) $2^x \cdot 5^x = 0{,}1 \cdot \left(10^{x-1}\right)^5$; 15) $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28$;

16) $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$; 17) $2^{x+3} - 2^x = 112$; 18) $\left(\frac{1}{9} \cdot 9^x\right)^x = 3^{2x+6}$;

19) $4^x + 2^{x+1} = 8$; 20) $2^{x+2} - 2^x = 96$; 21) $7^x - 7^{x-1} = 6$;

22) $4^x + 2^x = 72$; 23) $\sqrt[4]{a^{x+1}} = \sqrt[3]{a^{x-2}}$; 24) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$;

25) $4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}}$; 26) $(0{,}25)^{2-x} = \frac{256}{2^{x+3}}$; 27) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$;

28) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$; 29*) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$; 30*) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$;

31*) $9^{\sqrt{x-5}} - 27 = 6 \cdot 3^{\sqrt{x-5}}$; 32*) $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x = 0$; 33*) $2^{\sqrt{x+1}} \cdot \sqrt{2^{\sqrt{6}}} = 4^{\sqrt{x+1}}$.

30. Знайдіть точку перетину графіків функції $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$ і $y = 7$.

31. Знайдіть точку перетину графіків функції $y = 3^x$ і $y = \frac{1}{3}$.

32. Розв'язати рівняння:

1) $16^{-x} = 32$; 2) $(5^{x-2})^{x-5} = 1$;

3) $(4^{x-4})^{x-2} = \frac{1}{4}$; 4) $\left(\frac{4}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{6}{5}$;

5) $3^{x-1} + 3^x = 12$; 6) $4^{x-1} + 4^{x+1} = 17$;

7) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$; 8) $9^x + 2 \cdot 3^x - 99 = 0$;

33. Розв'язати рівняння:

1) $3^x \cdot 2^{x+3} = 288$; 2) $5^{x-1} \cdot 2^{x+2} = 800$;

3) $\sqrt{3^{2x}} \cdot \sqrt{2^{2x}} = 216$; 4) $\sqrt{3^x} = 27^{-\frac{2}{3}}$;

5) $\frac{1}{27}\sqrt{3^{x-1}} = 9^{-1{,}25}$; 6) $\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)^{2x-2} = \frac{3}{4}$;

7) $4^{x^2+2x}=5^{x^2+2x}$; 8) $7^{2-x}=4^{x-2}$;

9) $2\cdot 3^{2x}-5\cdot 3^{2x-3}+4\cdot 3^{2x-4}=151$;

10) $0{,}2^{3-2x}+5\cdot 0{,}04^{1-x}=130$;

11) $2^x-6\cdot 2^{-x}=-1$; 12) $2^{2x-2}+5\cdot 2^{x-1}+4=0$;

13) $\left(\frac{1}{5}\right)^x+5^{x+2}=10$; 14) $2+\frac{1}{4^x-3}=\frac{1}{4^x+2}$.

34. Розв'яжіть однорідне рівняння:

1) $2\cdot 5^{2x}-7\cdot 5^x\cdot 2^x+5\cdot 2^{2x}=0$;

2) $2\cdot 3^{2x}-5\cdot 3^x\cdot 2^x+3\cdot 2^{2x}=0$.

35. Розв'язати рівняння:

1) $2^{x-1}+2^x+2^{x+1}=6^{x-1}+6^x$; 2) $9^{x+\frac{1}{2}}-2^{x+1}=2^{x+4}-3^{2x}$;

3) $8^{1+x^2}-8^{1-x^2}=63$; 4) $9^x-2\cdot 4^x+6^x=0$.

36. Розв’язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases}2^x+3^y=7,\\2^x-3^y=1;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3^x\cdot 4^y=12,\\3^x+4^y=7;\end{cases}$ 3) $\begin{cases}2^x\cdot 2^y=16,\\2^x:2^y=4;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}3^x:3^y=7,\\2^{x^2+y}=4.\end{cases}$

Розв’язування показникових нерівностей

37. Розв'язати нерівність:

1) $2^x>\frac{1}{2}$; 2) $10^{3x+2}>100$; 3) $(0{,}3)^x>0{,}09$; 4) $\left(\frac{5}{6}\right)^{x^2-x}<\left(\frac{5}{6}\right)^6$;

5) $0{,}5^{2x}<1$; 6) $4^{5-2x}\le 0{,}25$; 7) $\frac{1}{7^{3x}}<49$; 8) $0{,}5^x>0{,}25$;

9) $\left(\sqrt{3}\right)^x\le\frac{1}{9}$; 10) $0{,}7^{5-2x}<0{,}49$; 11) $\left(\frac{1}{6}\right)^x<36$; 12) $2^{x^2}>\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$;

13) $4^{x+1}\ge\frac{1}{64}$; 14) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+x-2}\le 9^{x-1}$; 15) $0{,}6^{2x^2+8x}<1$; 16) $10^{7x}\le 0{,}1$;

17) $0{,}1^{2x}<0{,}01$; 18) $12^x>\frac{1}{\sqrt[5]{12_3}}$; 19) $0{,}4^x>2{,}5$; 20*) $0{,}2^{\frac{x^2+2}{x^2-1}}>25$.

38. Розв’язати подвійну нерівність:

1) $\frac{1}{4}\le 2^x\le 8$; 2) $1<10^{x+1}<100$; 3) $\frac{1}{5}<\left(\frac{1}{5}\right)^x\le 25$;

4) $0<5^x\le\frac{1}{25}$; 5) $\sqrt[4]{7^3}<7^x<\sqrt[4]{7^9}$; 6) $0{,}5\le\left(\frac{1}{2}\right)^x\le 16$.

39. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{16 - 2^x}$; 2) $y = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1}$;

3) $y = \sqrt{3^x - 9}$; 4) $y = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^x}$.

40. Розв'язати нерівність:

1) $\left(cos\frac{\pi}{3}\right)^{x-3,5} > \sqrt{8}$; 2) $9^{0,5x^2-3} \geq 27$;

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+2x} < \frac{1}{8}$; 4) $\left(\frac{1}{5}\right)^{|x|-2} \geq 5$.

41. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{4^x - 2^{x+5}}$; 2) $y = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3} - \left(\frac{1}{8}\right)^x}$.

42. Розв'язати нерівність:

1) $5^x + 5^{x-2} \geq 26$; 2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} < -24$;

3) $4^x - 2^x - 12 \geq 0$; 4) $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3 < 0$.

43. Розв'язати нерівність:

1) $2^{x+2} + 2^x > 10$; 2) $0{,}1^x + 0{,}1^{x+1} < 1{,}1$;

3) $2^x \cdot 5^x < 100$; 4) $0{,}1^x \cdot 2^x > 0{,}04$.

Логарифми та їх властивості

44. Обчислити:

1) $\log_2 4$; 2) $\log_4 16$; 3) $\lg 0{,}1$; 4) $\log_\pi \pi$;

5) $\log_3 27$; 6) $\log_6 \frac{1}{6}$; 7) $\log_2 \frac{1}{4}$; 8) $\log_3 \frac{1}{27}$;

9) $\lg 100$; 10) $\log_3 \sqrt{3}$; 11) $\log_{17} 1$; 12) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$;

13) $\log_{\sqrt{2}} 8$; 14) $\log_{\sqrt{3}} 9$; 15*) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 27$; 16*) $\lg 10\sqrt{10}$.

45. Записати у логарифмічному вигляді рівність:

1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 2{,}25$; 2) $0{,}1^2 = 0{,}01$; 3) $8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$; 4) $\sqrt[3]{343} = 7$.

46. Знайти *x,* якщо:

1) $\log_{3\sqrt{3}} x = -\frac{2}{3}$; 2) $\log_x \frac{1}{81} = 4$; 3) $\log_x \sqrt{8} = \frac{3}{4}$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} x = 1$;

5) $\log_2 x = 4$; 6) $\log_3 (x+2) = -2$; 7) $\lg x = -3$.

47. Чи має зміст вираз : 1) $\log_6 (-6)^2$; 2) $-\log_8 16$?

48. Знайти основу логарифма.

1) $\log_x 3 = 0{,}25$; 2) $\log_x 125 = -\frac{3}{2}$; 3) $\log_x 0{,}64 = -2$; 4) $\log_x \sqrt{2} = \frac{1}{4}$.

49. Знайти логарифм числа, вважаючи a>0, a≠1:

1) $\log_a a$; 2) $\log_a a^2$; 3) $\log_a 1$; 4) $\log_a a^4$;

5) $\log_a a^\alpha$; 6) $\log_a \frac{1}{a}$; 7) $\log_a \frac{1}{a^4}$; 8) $\log_{a^2} a$;

9) $\log_{a^3} a$; 10) $\log_{\frac{1}{a}} a^3$; 11) $\log_{a^7} a^7$; 12) $\log_{a^2} \sqrt{a}$.

50. Обчислити:

1) $\log_3 27$; 2) $\lg 1000$; 3) $\log_{0,3} 1$;

4) $3^{2+\log_3 4}$; 5) $7^{1-\log_7 4}$; 6) $5^{2\log_5 3}$;

7) $\log_{3\sqrt{5}} \frac{1}{45}$; 8) $7^{1-\log_7 4}$; 9) $16^{-\log_4 7}$;

10) $5^{2-\log_5 10}$; 11*) $\log_5\left(\frac{1}{25} tg^2 \frac{\pi}{4}\right)$; 12*) $\log_{tg^2 30^0}\left(25+\sqrt[4]{16}\right)$.

51. Знайти значення виразу :

1) $2^{\log_2 10}$; 2) $5^{\log_5 7}$; 3) $1{,}3^{\log_{1,3} 5}$;

4) $1+7^{\log_7 2}$; 5) $4^{-\log_4 7}$; 6) $4^{3\log_4 2}$.

52. Знайти значення логарифма, застосовуючи властивості логарифма:

1) $\log_2 24 - \log_2 3$; 2) $\log_5 11 - \log_5 22 + \log_5 10$;

3) $\log_2 63 - \log_2 7 - \log_2 36$; 4) $\log_5 \frac{1}{5} - 2\log_5 \frac{2}{3} + \log_5 \frac{4}{9}$;

5) $\log_3 8 - 2\log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2}$; 6) $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$;

7) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3}$; 8) $\log_5 0{,}3 + \log_5 \frac{10}{3}$;

9) $\log_9 \frac{16}{9} - \log_9 16$; 10) $2\log_6 2 + \log_6 9$;

11) $\lg 15 + \lg 16 + \lg 25 - \lg 6$; 12) $\log_{17} 18 \cdot \log_{13} 27 \cdot \log_8 1$.

53. Обчислити:

1) $\log_2 \log_2 16$; 2) $\log_3 \log_3 \log_3 27$.

54. Порівняти вирази:

1) $3^{\log_3 4}$ і $5^{\log_4 4}$; 2) $4^{\log_5 7}$ і $7^{\log_5 4}$; 3) $3^{\log_2 5}$ і $5^{\log_2 3}$.

55. Знайдіть логарифми наведених чисел з основою *a:*

1) 64; $\frac{1}{8}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[5]{2}$, якщо a = 2;

2) 125; $\frac{1}{25}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{25}$, якщо a = 5.

56. Розв'язати рівняння:

1) $2^x = 7$; 2) $3^x = 5$;

3) $7^{x+1} = 9$; 4) $11^{x-1} = 8$.

57. Обчисліть:

1) $\frac{1}{2}log_5 25 - \frac{1}{4}log_2 128$; 2) $2\,log_2 \frac{1}{4} + 4\,log_{\frac{1}{3}} 27$;

3) $\frac{1}{4}\log_6 36 + \frac{1}{2}\log_3 81$; 4) $4\log_3 \frac{1}{9} - 2\log_{\frac{1}{2}} 16$.

58. Знайти значення виразу:

1) $log_2 \sqrt[3]{2^4}$; 2) $log_9 \sqrt{9^5}$; 3) $\frac{lg8}{lg2}$; 4) $\frac{log_7 81}{log_7 3}$.

59. Прологарифмувати вираз (a>0; b>0:c>0):

1) $8a^2b^7\sqrt{c}$ за основою 2; 2) $\frac{1}{7}a\sqrt[3]{b}c^5$ за основою 7.

60. Прологарифмувати вираз:

1) $y = \frac{ab^3}{c^2}$; 2) $z = \frac{\sqrt[5]{a}}{bc^2}$; 3) $y = a^2\sqrt[3]{b}$; 4) $x = \frac{a^3\sqrt{bc}}{(a+b)^2}$.

61. Пропонтеціювати вираз :

1) $\lg x = \lg 7 + 3\lg a - \lg 5$; 2) $\log_3 y = \log_3 1{,}5 + \log_3 8$;

3) $\lg y = \frac{1}{2}\lg(a+b) - 2\lg a - 3\lg b$; 4) $\lg z = \lg 2 - \lg 3 + \lg(a+b) - \lg a$.

62. Відомо, що $lg2 \approx 0{,}301$. Знайдіть:

1) $lg20$; 2) $lg2000$; 3) $lg0{,}2$; 4) $lg0{,}02$.

63. Обчисліть:

1) $log_2(4\,log_6 36)$; 2) $log_{12}\left(3\,log_{\sqrt{5}} 25\right)$;

3) $\log_{1,5}\log_4 8$; 4) $\lg(5\log_7 49)^2$.

64. Обчисліть:

1) $\frac{ln27+ln12}{ln2+2ln3}$; 2) $\frac{log_8 27 - 2\,log_8 3}{log_8 45 + log_8 0{,}2}$;

3) $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{4}\log_{\frac{1}{8}} 81}$; 4) $9^{1-\log_3 5}$;

5) $2^{\log_4 25 + \log_{16} 625}$; 6) $100^{lg\frac{1}{3} - lg2}$.

65. Відомо, що $log_3 2 = m$, $log_3 7 = n$. Виразіть через *m* і *n:*

1) $log_3 14$; 2) $log_3 6$;

3) $\log_3 28$; 4) $\log_3 7$.

66. Обчисліть:

1) $2^{5-8\log_{16}3}$; 2) $\log_4 3 \cdot lg4 \cdot \log_{27} 10$.

67. Знайдіть значення виразу:

1) $ln\, tg16^0 + ln\, tg\, 74^0$; 2) $\log_2 ctg\frac{\pi}{12} + \log_2\left(2sin^2\frac{\pi}{12}\right)$.

68. Обчисліть:

1) $5^{\frac{1}{\log_7 5}}$; 2) $2^{\frac{3}{\log_5 2}}$; 3) $3^{-\frac{1}{\log_7 3}}$; 4) $3^{-\frac{1}{2\log_{25} 3}}$.

Властивості та графік логарифмічної функції

69. Записати функції, обернені даним:

1) $y = 2^x$; 2) $y = 10^x$; 3) $y = 0{,}2^x$;

4) $y = \log_7 x$; 5) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; 6) $y = \lg x$.

70. В одній системі координат побудувати графіки функцій $y = \log_a x, a > 1$, та $y = \log_a x, 0 < a < 1$. Зробити висновок про їх розташування.

71. Порівняйте числа *m* і *n*, якщо:

1) $\log_5 m < \log_5 n$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$; 3) $\log_{0,1} m < \log_{0,1} n$.

72. Порівняйте числа:

1) $\log_{0,2} 3$ і $\log_{0,2} 4$; 2) $\log_{15} 17$ і $\log_{15} 18$;

3) $\log_3 4$ і $\log_3 5$; 4) $\log_{0,8} 2$ і $\log_{0,8} 3$;

5) $\log_2 5$ або $\log_2 8$; 6) $\log_{\frac{1}{3}} 6$ або $\log_{\frac{1}{3}} 8$;

7) $\log_7 8$ або $\log_5 8$; 8) $\log_{\frac{1}{2}} 11$ або $\log_{\frac{1}{3}} 11$.

73. Порівняйте з одиницею основу логарифма a (a>0), якщо:

1) $\log_a 5 < \log_a 10$; 2) $\log_a 2{,}3 > \log_a 4$;

3) $\log_a 7 > \log_a 8$; 4) $\log_a 15 < \log_a 20$.

74. Знайти область визначення функції:

1) $y = \log_2(2+x)$; 2) $y = \log_3(x^2+3)$; 3) $y = \log_5(4-x^2)$;

4) $y = \log_4(x^2+x+1)$; 5) $y = \log_2\frac{5x-2}{3-x}$; 6) $y = \log_3(4-x^2)$;

7) $\log_{0,1}(x^2-4)$; 8) $\log_{\sqrt{10}}(6+x-x^2)$; 9) $y = \log_8\frac{2-x}{x+1}$;

10) $y = \log_{0,9}\frac{2+3x}{5-2x}$; 11*) $y = \log_3(3x^2-7x-40)$; 12*) $y = \log_2|x|$.

75. Які з точок належать графіку функції $y = \log_2 x$:

1) A(4;2); 2) B($\frac{1}{8}$; 3); 3) C(-2; 1); 4) D(1;0)?

76. Які з точок належать графіку функції $y = log_{\frac{1}{4}} x$:

1) A($\frac{1}{4}$; 0); 2) B($\frac{1}{16}$; 2); 3) C(4; -1); 4) D(16; 2)?

77. На рисунках 3 – 6 схематично зображено графіки функцій:

1) $y = \log_2 x$; 2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; 3) $y = \log_3(-x)$; 4) $y = \log_{\frac{1}{8}}(-x)$.

Встановити відповідність між функціями і графіками:

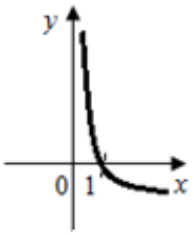


Рис. 3

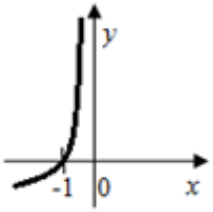


Рис. 4

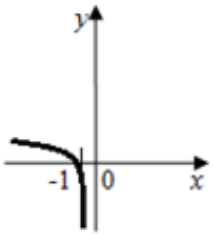


Рис. 5

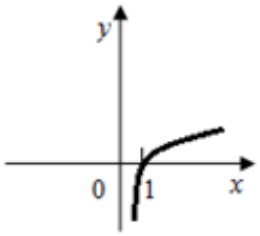


Рис. 6

78. На рисунках 7, 8 зображено графіки двох із шести функцій:

1) $y = \log_a x;\ 0 < a < 1;$ 2) $y = \log_a x;\ a > 1;$

3) $y = \log_a(x+1);\ 0 < a < 1;$ 4) $y = \log_a(x+1);\ a > 1;$

5) $y = \log_a(x-1);\ 0 < a < 1;$ 6) $y = \log_a(x-1);\ a > 1.$

Яких саме?

79. На рис. 9 схематично зображено графіки функцій:

1) $y = \log_2 x$; 2) $y = \log_3 x$; 3) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; 4) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

Встановити відповідність між графіками і функціями.

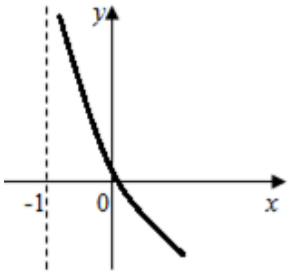


Рис. 7

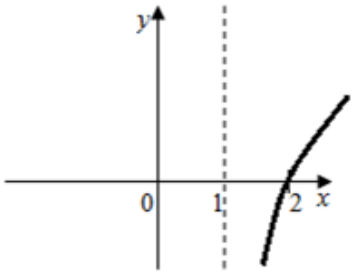


Рис. 8

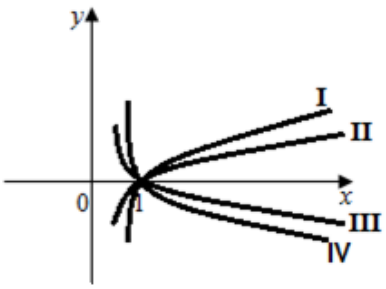


Рис. 9

80. Які з функцій є зростаючими, а які – спадними:

1) $y = \log_3 x$; 2) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$; 3) $y = \log_{\sqrt{1,5}} x$;

4) $y = \lg x$; 5) $y = \log_\pi x$; 6) $y = \log_{\sin 30^0} x$;

7) $y = \log_{tg\frac{\pi}{3}} x$; 8*) $y = \log_{tg46^0} x$; 9) $y = \lg\frac{x}{2}$;

10) $y = \log_{0,1}(x+1)$; 11*) $y = \log_2(2-x)$?

81. Порівняти з нулем число:

1) $\log_2 3$; 2) $\log_3 2$; 3) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$; 4) $\lg 4{,}1$;

5) $\log_{0,1} 5$; 6) $\lg 0{,}17$; 7) $\log_{17} 1$; 8) $\log_2\left(\sqrt{2}-1\right)$;

9) $-\log_{\frac{2}{3}} 3$; 10) $\log_3 7-1$; 11) $1-\log_4 9$; 12) $\lg 91-2$;

13) $\log_{\frac{1}{4}} 10-\log_{\frac{1}{4}} 7$; 14) $\log_{\frac{1}{2}} 5+\log_{\frac{1}{2}} 0{,}1$; 15) $\lg 101-2$; 16) $\lg\left(\frac{1}{2}\right)^{-13}$.

82. Порівняти вирази:

1) $\log_2 3+\log_2 5$ і $2\log_2 4$; 2) $\lg 13-\lg 5$ і $\lg 5-\lg 3$;

3) $\log_{0,1} 2+\log_{0,1} 8$ і $4\log_{0,1} 2$; 4) $\log_2 5+\log_2 6$ і $\log_2(6+5)$;

5) $\log_{0,1} 3-\log_{0,1} 2$ і $\log_{0,1}(3-2)$; 6*) $\frac{\lg 3+\lg 4}{2}$ і $\lg\frac{3+4}{2}$.

83. Зобразити схематично графік функції і вказати основні властивості:

1) $y = \log_2 x$; 2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; 3) $y = \log_3 x$;

4) $y = \log_{\sqrt{5}} x$; 5) $y = \log_{0,3} x$; 6) $y = \log_{\sqrt{0,7}} x$;

7) $y = \ln x$; 8) $y = \ln\frac{1}{x}$; 9) $y = \ln|x|$.

84. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y = log_{\frac{1}{4}} x$, якщо $x\epsilon\left[\frac{1}{4}; 16\right]$.

85. Знайдіть найменше і найбільше значення функції $y = log_{\frac{1}{3}} x$, якщо $x\epsilon\left[\frac{1}{9}; 3\right]$.

86. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = log_{0,1}(3-x)+\sqrt{x-2}$;

2) $y = log_5(x-2)+\sqrt{4-x}$.

Розв’язування логарифмічних рівнянь

87. Розв'язати рівняння:

1) $\log_2(5-x)=0$; 2) $\log_{\frac{1}{2}}(5x-7)=-3$; 3) $\log_{0,3}(5+2x)=1$;

4) $\lg(x-1)=\lg(5x-3)$; 5) $\log_3(x^2-x+1)=0$; 6) $\log_{x-1}(x^2-5x+10)=2$;

7) $\log_a x=\log_a 3+\log_a 5$; 8) $\log_5^2 x=3\log_5 x$; 9) $\log_5(x^2+2)=\log_5 6$;

10) $\log_3(x+2)=2$; 11) $\log_{0,2}(x^2+6)=\log_{0,2}(3x+6)$;

12) $\log_4^2 x-4\log_2 x-5=0$; 13) $\log_{x+2}6=1$; 14) $\log_3^2 x-\log_3 x-2=0$;

15) $x^{\lg x}=10000$; 16) $x^{\frac{\lg x+7}{4}}=10^{1+\lg x}$; 17) $x^{\lg x+2}=1000$;

18) $\lg\lg\lg x=0$.

Розв’язання. Запишемо дане рівняння так: $\lg(\lg\lg x)=0$; *число, що стоїть в дужках, за означенням логарифма рівне* $10^0=1$. *Отже,* $\lg\lg x=1$. *Це рівняння перепишемо так:* $\lg(\lg x)=1$. *Число, що стоїть в дужках за означенням логарифма рівне* $10^1=10$. *Маємо,* $\lg x=10$. *Звідси* $x=10^{10}$.

88. Розв'язати рівняння:

1) $log_{\frac{1}{4}}(x+5)=-2$; 2) $log_2(3x-1)=3$;

3) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+2x)=-1$; 4) $\log_4(x^2+3x+1)=0$;

5) $\log_{\frac{1}{7}}(2x-3)=\log_{\frac{1}{7}}(3x-2)$; 6) $\log_5(x+1)=\log_5(3x+4)$;

7) $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-1)=\log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$; 8) $\log_7(x^2+1)=\log_7(2x+7)$.

9) $\log_3{}^2 x+2\log_3 x-3=0$; 10) $\log_{\frac{1}{7}}{}^2 x-\log_{\frac{1}{7}}x-2=0$.

89. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $y=log_2(x^2+7x)$ і $y=3$.

90. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $y=log_{\frac{1}{3}}(x^2+8x)$ і $y=-2$.

91. Знайдіть точку перетину графіків функцій $y=log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ і $y=log_{\frac{1}{3}}(2x-1)$.

92. Розв'яжіть рівняння:

1) $log_3 x^2+log_3 x^3=10$; 2) $5\,log_2\sqrt[5]{x}-log_2 x^4=9$;

3) $\log_{0,25}{}^2(x^2+1)=1$; 4) $\log_{16}\log_2\log_{\sqrt[8]{3}}x=\frac{1}{2}$;

5) $\log_2(3\cdot 2^x-4)=x$; 6) $\log_7(7^{x-1}-42)=x-2$;

7) $\log_3(x+1)+\log_3(2x-1)=2$;

8) $\log_7(2x-1)=2\log_7 3-\log_7(x-4)$;

9) $\log_3(3-x)-1=2\log_3 2-\log_3(4-x)$;

10) $\log_2(2x-1)+\log_2(x+1)=\log_2(x+2)+2$;

93. Розв'яжіть рівняння:

1) $log_7{}^2(x+1)-2\,log_7(x+1)-3=0$;

2) $log_2{}^2 x-log_2 x^2-8=0$;

3) $log_3{}^2(x+1)-12\,log_3\sqrt[4]{x+1}=0$;

4) $\frac{4}{log_2 x+1}-\frac{2}{3-log_2 x}=1$.

94. Знайдіть цілі корені рівняння $\frac{2}{log_7 x-1}-\frac{1}{log_7 x-3}=3$.

95. Знайдіть корені рівняння $log_{\frac{1}{3}} x+2\,log_x\frac{1}{3}=3$.

96. Знайдіть корені рівняння $log_5 x-3\,log_x 5=2$.

97. Розв'яжіть рівняння:

1) $log_3(6+3^x)=3-x$; 2) $log_{-2x}(2x^2-x-1)=1$.

98. Розв'язати рівняння:

1) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)=-2$; 2) $\frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)}=2$; 3) $\log_2(x+3)=3-x$;

4) $\log_x 3-\log_x 2=\frac{1}{2}$; 5) $\log_a x=\log_a 12-2\log_a 2$; 6) $\lg^4 x-10\lg^2 x+9=0$;

7) $\lg(x+6)-\frac{1}{2}\lg(2x-3)=2-\lg 25$; 8) $\log_\pi(x^2+2x+3)=\log_\pi 6$;

9) $\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}}=10$; 10) $2\log_6(2+x)+\log_6(9-6x+x^2)=2$;

11) $\frac{1}{2}\lg(x-9)+\lg\sqrt{2x-1}=1$; 12) $\log_3 4+\log_3 x=\log_3(x-6)-\log_3(3-x)$;

13) $x^{\lg x-3}=0{,}01$; 14) $3^{2-\log_3 x}=81x$; 15*) $x^{\lg^2 x+\lg x-10}=\frac{1}{x^4}$.

Розв’язування логарифмічних нерівностей

99. Розв’язати нерівність:

1) $\log_3 x<4$; 2) $\log_5 x>2$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} x<3$;

4) $\log_{0,3} x>3$; 5) $\lg x<\lg 3$; 6) $\lg x>\frac{1}{3}$;

7) $\lg x>\lg 5$; 8) $\lg x>-3$; 9) $\log_{\frac{1}{3}} x<1$;

10) $\log_3 x > 1$; 11) $\log_3\left(12 - 2x - x^2\right) > 2$; 12) $\lg x + \lg(x-3) < 1$;

13) $\lg(2x+3) < \lg(x-1)$; 14) $2\lg x > \lg(4x+21)$; 15) $\log_5(x+1) > 1$;

16) $\log_2\left(x^2 - x - 4\right) < 3$; 17) $\log_3(x-2) - 2\log_3 2 < 0$; 18) $\log_{0,7}\left(x^2 - 2x\right) \geq 0$;

19) $\log_8(5x-8) < \log_8(2x+7)$; 20) $\log_3 2x^2 < \log_3(5x-3)$; 21) $\lg^2 x + 2\lg x > 3$;

22) $\log_7(x+1) + \log_7 x > \log_7 12$; 22) $\log_{0,3}\left(x^2+1\right) < \log_{0,3} 2x$.

100. Розв'язати нерівність:

1) $\log_3(x+2) < 3$; 2) $\log_8(4-2x) \geq 2$; 3) $\log_3(x+1) < -2$;

4) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) \geq -2$; 5) $\log_{\frac{1}{5}}(4-3x) \geq -1$; 6) $\log_{\frac{2}{3}}(2-5x) < -2$;

7) $\log_x 0{,}2 > \log_x 3$; 8) $\log_2 8^{2n-1} > 3n+6$; 9) $\log_{0,5} 16^{2x-3} > x - 24$;

10) $\log_{3x+2} x < 1$; 11) $\log_{x-3}(5x+3) > 1$; 12) $\log_2^2 x - \log_2 x \leq 6$;

13) $2\log_2(x+1) - \log_2(2x-4) > 0$; 14) $\log_3(3x-1) < \log_3(2x+3)$;

15) $\log_{\frac{1}{7}}(4x-3) \geq \log_{\frac{1}{7}}(x+3)$; 16) $\log_{0,2}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$.

101. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \sqrt{log_2(x-1)}$; 2) $y = \frac{1}{\sqrt{log_{\frac{1}{3}}(x+1)}}$.

3) $y = \frac{1}{\sqrt{\log_5(x+3)}}$; 4) $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-3)}$.

102. Розв'язати нерівність:

1) $log_3(x^2 - 2x) \leq 1$; 2) $log_{0,5}(x^2 - 3x) < -2$;

3) $\log_2(x+1) + \log_2 x \leq 1$; 4) $\log_3(x-1) + \log_3 x > \log_3 2 + 1$;

5) $\log_{0,5}{}^2 x + \log_{0,5} x - 2 \geq 0$; 6) $lg^2 x < 4$.

103. При яких значеннях x функція $y = \frac{lgx-2}{x^2+3}$ набуває додатних значень?

104. При яких значеннях x функція $y = \frac{log_{0,1} x+1}{x^2+5}$ набуває від'ємних значень?

105. Розв'язати подвійну нерівність:

1) $1 \leq \log_2 x \leq 3$; 2) $-1 \leq \log_{\frac{1}{2}} x < 2$;

3) $0 < \log_3 x < 3$; 4) $-3 < \log_{\frac{1}{3}} x \leq 1$.

106. Розв'яжіть нерівність:

1) $log_{0,1}(x^2 = 2x - 3) > log_{0,1}(x-1)$;

2) $2\, log_5(x+4) > log_5(10x+15)$.

107. 1) $|lg\, x - 1| \leq 2$; 2) $\left|log_{0,5} x - 3\right| > 1$.

108. Знайдіть найбільший цілий розв′язок нерівності

$$log_{0,7}(\mathrm{x}+1)+log_{0,7}(5-\mathrm{x}) \geq log_{0,7}(\mathrm{x}+7).$$

109. Скільки цілих розв'язків має нерівність

$$log_{\frac{1}{7}} log_5(x^2-4) > 0?$$

110. Розв'яжіть графічно нерівність $log_3 \mathrm{x} < 4-\mathrm{x}$.

Розв'язування систем логарифмічних рівнянь

111. Розв'язати систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x-y=90, \\ \lg x+\lg y=3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=7, \\ \lg x+\lg y=1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3^x+3^y=12, \\ \log_3 27=x+y.; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \log_9 729=x+y, \\ 3^{x-y-1}=1; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \lg\left(x^2+y^2\right)=2, \\ \log_{48} x+\log_{48} y=1; \end{cases}$

6) $\begin{cases} \log_4 x+\log_4 y=1+\log_4 9, \\ x+y-20=0; \end{cases}$

7) $\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} y=2; \\ \log_{\frac{1}{2}} x-\log_{\frac{1}{2}} y=4; \end{cases}$

8) $\begin{cases} \log_4 x-\log_2 y=0, \\ x^2-2y^2=8; \end{cases}$

9) $\begin{cases} \log_2(x+y)=3, \\ \log_{15} x=1-\log_{15} y; \end{cases}$

10) $\begin{cases} \log_x(3x+2y)=2, \\ \log_y(2x+3y)=2. \end{cases}$

Розділ 2. ІНТЕГРАЛ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

Первісна та її властивості

112. Які з функцій є первісними для функції $f(x) = -2$:

1) $F(x) = 2x$; 2) $F(x) = -2x$;

3) $F(x) = 0$; 4) $F(x) = -2x+7$?

113. Відомо, що $(\cos x)' = -\sin x$. Запишіть деякі три первісні для функції $f(x) = -\sin x$.

114. Відомо, що $(\sin x)' = \cos x$. Запишіть деякі три первісні для функції $f(x) = \cos x$.

115. Доведіть, що функція F є первісною для функції f на проміжку $(-\infty; \infty)$:

1) $F(x) = x^3 - 2x + 1$, $f(x) = 3x^3 - 2$;

2) $F(x) = 2\sin 2x - 3$, $f(x) = 4\cos 2x$

116. Чи є функція F є первісною для f на R:

1) $F(x) = \cos 2x + 5$; $f(x) = -\sin 2x$;

2) $F(x) = x^5 - 2x + 5$; $f(x) = 5x^4 - 2$?

117. Доведіть, що функція F є первісною для функції f (x) на заданому проміжку:

1) $F(x) = ctgx + x^7$, $f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} + 7x^6, x \in (0; \pi)$;

2) $F(x) = \sqrt{x} - \sin\frac{\pi}{6}, f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x \in (0; +\infty)$.

118. Чи правильно знайдено невизначений інтеграл:

1) $\int x^2 dx = 2x + C$; 2) $\int \sin x\, dx = -\cos x + C$;

3) $\int 5x^4 dx = x^5 + C$; 4) $\int \cos x\, dx = -\sin x + C$?

119. Чи правильні рівності:

1) $\int x^2 dx = x^3 + C^3$; 2) $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$?

120. Доведіть, що функція $F(x)$ є первісною для функції f (x) на R:

1) $F(x) = (3x - 5)(2x + 1)$, $f(x) = 12x - 7$;

2) $F(x) = (3x + 1)^2, f(x) = 18x + 6$.

121. Доведіть, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на вказаному проміжку:

1) $F(x) = \sqrt{-x}$, $f(x) = -\frac{1}{2\sqrt{-x}}$, $x \in (-\infty; 0)$;

2) $F(x) = \cos x - 2$, $f(x) = -\sin x$, $x \in (-\infty; +\infty)$;

3) $F(x) = (2x + 1)^3$; $f(x) = 6(2x + 1)^2$, $x \in (-\infty; +\infty)$;

4) $F(x) = \sin^2 x$, $f(x) = \sin 2x$, $x \in (0; +\infty)$.

122. Які з функцій $F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ є первісними для функцій f на R, якщо $f(x) = x^3$,

$F_1(x) = x^4$, $F_2(x) = 4x^4$, $F_3(x) = \frac{x^4}{4}$, $F_4(x) = 3x^2$, $F_5(x) = \frac{x^4}{4} - 11$, $F_6(x) = 3x^2 + 2$?

Таблиця первісних. Правила знаходження первісних

123. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій:

1) $f(x)=1$; 2) $f(x) = x^7$; 3) $f(x) = x^{-6}$;
4) $f(x) = \cos x$; 5) $f(x) = 0$; 6) $f(x) = x^{10}$.

124. Знайдіть загальний вигляд первісних для поданих функцій:

1) $y = 3$; 2) $y = -3x + 2$; 3) $y=4(3x - 1)$;
4) $y = 7x$; 5) $y = x^2$; 6) $y = 5x^2 - 2x$;
7) $f(x) = 5$; 8) $f(x) = x^5$; 9) $f(x) = \frac{1}{x}$;
10) $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$; 11) $f(x) = 10^x$; 12) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$;
13) $y = x-3x^3$; 14) $y = \frac{1}{2}x - x^4$; 15) $y=x^3 - 5x^4$;
16) $y = \frac{3}{x}$; 17) $y = \frac{1}{x^3}$; 18) $y = \frac{1}{x^3} + x$
19) $y = \sin x$; 20) $y = 5\sin x$; 21) $f(x) = 2x^5 - 5x^2$;
22) $f(x)= \frac{3}{x} + \frac{2}{x^3}$; 23) $f(x) = \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x}$; 24) $f(x) = 5\cdot\sqrt[4]{x} - \frac{1}{x\sqrt{x}}$.

125. Знайдіть невизначені інтеграли:

1) $\int x^{-3}dx$; 2) $\int x^5 dx$; 3) $\int \frac{dx}{sin^2 x}$; 4) $\int \frac{dx}{cos^2 x}$.

126. Знайдіть три різні первісні для функції:

1) $f(x) = x^5$; 2) $f(x) = \frac{1}{x^8}$; 3) $f(x) = x^{19}$; 4) $f(x) = \frac{1}{x^6}$.

127. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:

1) $f(x) = 10x^9$; 2) $f(x) = \frac{5}{cos^2 x}$; 3) $f(x) = 6x^{-3}$;
4) $f(x) = 4 - x$; 5) $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$; 6) $f(x) = 4x^3$;
7) $f(x) = 10x^4 + 16x^7$; 8) $f(x) = x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$.

128. Знайдіть загальний вигляд первісних для поданих функцій:

1) $y = cos\left(x - \frac{\pi}{8}\right)$; 2) $y = \frac{3}{\sin^2 x}$; 3) $y = \frac{1}{\cos^2 x}$;
4) $y = (x - 3)^2$; 5) $y = (x + 2)^3$; 6) $y = (9x + 2)^5$;
7) $y = (3 - 7x)^{10}$; 8) $y = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^6$; 9) $y = \sin 3x$;
10) $y = \cos\frac{x}{2}$; 11) $y = \cos 8x$; 12) $y = \sin\frac{1}{3}x$;
13) $y = \frac{1}{cos^2 4x}$; 14) $f(x)=5cosx-3sin\, x$; 15) $f(x)=2e^x + 3cos\, x$;
16) $f(x)= \frac{4}{x} + 10^x$; 17) $f(x)= \frac{3}{\cos^2 x} - \frac{5}{\sin^2 x}$.

129. Знайдіть невизначений інтеграл:

1) $\int \left(2+\frac{1}{x^3}\right)dx$; 2) $\int (3\sin x - 4\cos x)dx$;

3) $\int \left(\frac{1}{x^4}-3\right)dx$; 4) $\int (2\cos x + 5\sin x)dx$.

130. Для функції $f(x)$знайдіть первісну $F(x)$, що набуває заданого значення в заданій точці:

1) $f(x)=5x^4, F(-1)=2$; 2) $f(x)=\sin x,\ F\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$.

131. Для даної функції *f(x)* знайдіть первісну, графік якої проходить через задану точку *A:*

1) $f(x)=x^4$; $A(-1;0)$; 2) $f(x)=\sqrt[4]{x}$, $A(0;1)$; 3) $f(x)=\sin x$, $A(\pi;2)$;

4) $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$, $A\left(\frac{\pi}{4};-1\right)$; 5) $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$, $A\left(\frac{\pi}{6};0\right)$.

132. Для даної функції *f(x)* знайдіть первісну, графік якої проходить через задану точку *A:*

1) $f(x)=9x^2-2x, A(2;-2)$; 2) $f(x)=3+\frac{4}{\sqrt{x}}, A(1;0)$;

3)$f(x)=4x^3+6x, A(-1;2)$; 4) $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-5, A1;-1)$.

133. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій:

1) $y=\frac{1}{\sin^2\frac{x}{4}}$; 2) $y=4\sin 3x$;

3) $y=-5\cos\left(3x+\frac{\pi}{18}\right)$; 4) $y=-2\cos\frac{x}{4}$;

5) $y=\frac{1}{4}\sin\left(2x+\frac{\pi}{9}\right)$; 6) $y=\frac{5}{\cos^2 6x}$;

7) $y=-\frac{3}{\sin^2 3x}$; 8) $y=-\frac{4}{\cos^2\frac{x}{2}}$;

9) $y=\frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{4}+11\right)}$; 10) $y=e^x$;

11) $y=e^{2x}$; 12) $y=e^{\frac{x}{3}}$;

13) $y=2^x$; 14) $y=3\cdot 5^x$.

134. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій

1) $y=3e^{3x}$; 2) $y=\frac{3}{x+1}$; 3) $y=\frac{1}{3x}$; 4) $y=\frac{5}{5x-3}$;

5) $y=\frac{7}{1-x}$; 6) $y=\frac{1}{2-\frac{1}{3}x}$; 7) $y=\frac{5}{3+5x}$; 8) $y=\frac{8}{3-7x}$;

9)$y=e^x+2x$; 10) $y=e^{2x}+\frac{1}{2x}$; 11) $y=e^{\frac{1}{2}x}-\frac{2}{x}+e^{-1}$;

12) $y=x^{\frac{3}{5}}$; 13) $y=x^{\frac{3}{5}}+\cos\frac{\pi}{19}$.

135. Знайдіть невизначені інтеграли:

1) $\int 3dx$; 2) $\int xdx$; 3) $\int x^3dx$;

4) $\int e^x dx$; 5) $\int \cos x dx$; 6) $\int \sin x dx$;

7) $\int(5x^4+2x^3)dx$; 8) $\int\left(\frac{2}{x^3}+\frac{3}{x^2}\right)dx$; 9) $\int(\sqrt{x}+2\sqrt[3]{x})dx$;

10) $\int(4\sqrt[3]{x}-6\sqrt{x})dx$; 11) $\int(e^x-2\cos x)dx$; 12) $\int(3e^x-\sin x)dx$;

13) $\int\left(6\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}+3e^x\right)dx$; 14) $\int\left(\frac{4}{\cos^2 x}+\frac{3}{x}-2e^{-x}\right)dx$; 15) $\int(2x-3)^5 dx$;

16) $\int(4-5x)^7 dx$; 17) $\int 5\cos 3dx$; 18) $\int\frac{4dx}{(3x-1)^2}$;

19) $\int 2\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)dx$; 20) $\int\frac{3dx}{\cos^2\left(\frac{\pi}{3}-x\right)}$.

136. Знайдіть первісну для функції $f(x)=\cos^2\frac{x}{4}-\sin^2\frac{x}{4}$, яка при $x=\frac{\pi}{3}$ набуває значення, що дорівнює 2.

137. Знайдіть загальний вигляд первісних для функцій, попередньо спростивши їх:

1) $y=2\sin x\cos x$; 2) $y=\sin x\cos x$;

3) $y=cos^2x-sin^2x$; 4) $y=sin^2x-cos^2x$;

5) $y=\cos 7x\cos 3x-\sin 7x\sin 3x$; 6) $y=\cos 8x\cos 3x-\sin 8x\sin 3x$;

7) $y=\sin 19x\cos 5x-\cos 19\sin 5$; 8) $y=2\sin 4x\cos 4x$;

9) $y=\sin 5x\cos 5x$; 10) cos^4x-sin^4x;1

11) $y=sin^2\frac{x}{2}-cos^2\frac{x}{2}$; 12) $y=cos^2\frac{7x}{9}+sin^2\frac{7x}{9}-$;

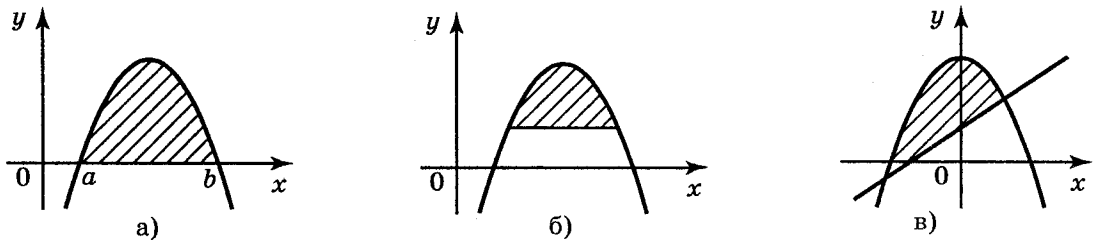
13) $y=2\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$; 14) $y=\cos x+\cos(-x)$;

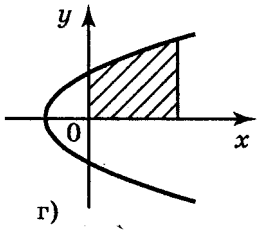
15) $y=\sin(-x)+\sin x$; 16) $y=\sin(-x)ctgx$;

17) $y=tg(-x)\cdot ctgx$.

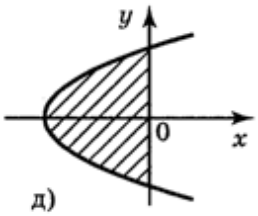
Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона-Лейбніца

138. Які із заштрихованих на рисунку фігур є криволінійними трапеціями, а які — ні?

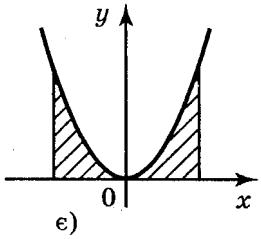




г)

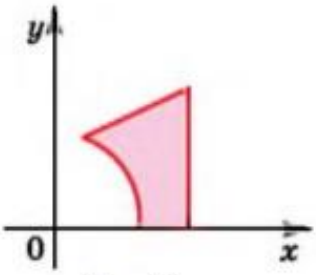


д)

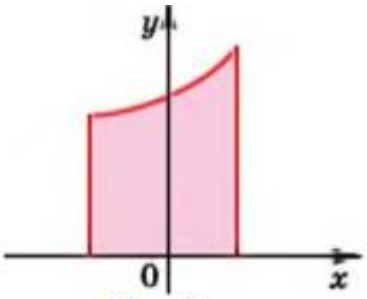


є)

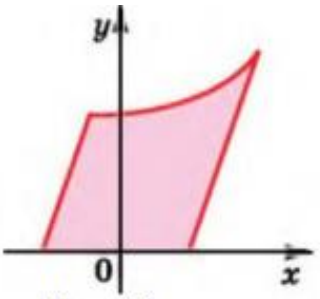
139. Які з фігур (мал. 9 – 14) можна назвати криволінійною трапецією?



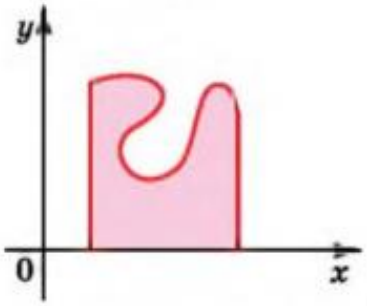
Мал. 9



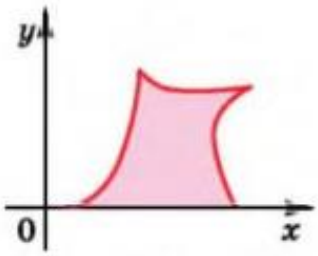
Мал.10



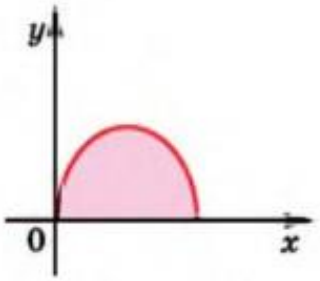
Мал. 11



Мал. 12

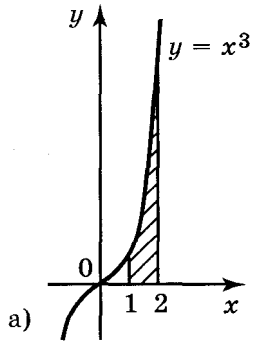


Мал. 13

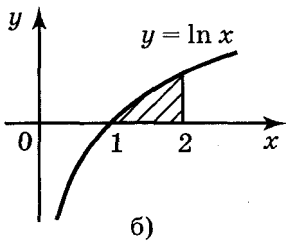


Мал. 14

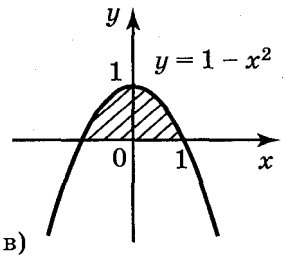
140. Запишіть за допомогою визначеного інтеграла площі фігур, зображених на рисунку .



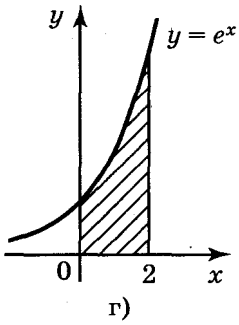
а)



б)

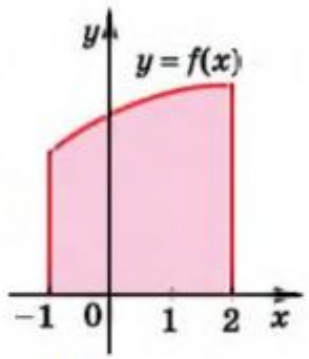


в)

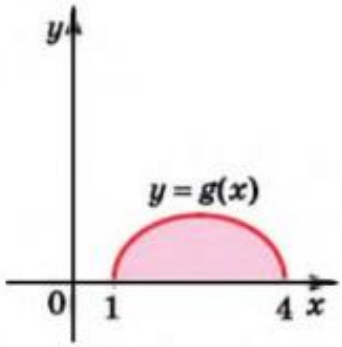


г)

141. Запишіть у вигляді визначеного інтеграла площі фігур, зображених на малюнках (мал.15-16):



Мал. 15



Мал. 16

142. Побудувати криволінійні трапеції:

1) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 2$, $y = 0$; 2) $y = \sin x$, $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$;

3) $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$; 4) $y = \sqrt{x}$, $x = 0$, $x = 4$, $y = 0$.

143. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

1) $y = x^2, y = 0, x = 1$ і $x = 3$;

2) $y = x, y = 0; x = 2$ і $x = 5$;

3) $y = cos\, x, y = 0, x = 0$ і $x = \frac{\pi}{6}$;

4) $y = 1 + x^2, y = 0, x = 0$ і $x = 1$.

144. Знайдіть, попередньо виконавши схематичний малюнок, площу фігури, обмеженої лініями:

1) $y = x^3, y = 0$ і $x = -2$; 2) $y = 4 - x^2$ і $y = 0$.

145. Побудувати схематично фігури, площі яких виражаються такими інтегралами:

1) $\int_1^2 x dx$; 2) $\int_1^2 x^2 dx$; 3) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx$; 4) $\int_1^3 \frac{dx}{x}$.

146. Фізичне тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 6 + 0{,}4t$ (м/с). Знайдіть шлях, який пройшло тіло:

1) за перші 2 с після початку відліку часу;

2) за інтервал часу від $t_1 = 4\ c$ до $t_2 = 10$ с.

147. Матеріальна точка рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 8 + 0{,}6t$ (*м/с*). Знайдіть шлях, який пройшла точка:

1) за перші 4 *с* після початку відліку часу;

2) за інтервал часу від $t_1 = 10\ c$ до $t_2 = 20\ c$.

148. Знайдіть, попередньо виконавши схематичний малюнок, площу фігури, обмеженої лініями:

1) $y = x^2 - 1, y = 0$ і $x = 3$;

2) $y = x^2 - 2x, y = 0$ і $x = -1$;

3) $y = cos\, 4x, y = 0, x = -\frac{\pi}{8}$ і $x = \frac{\pi}{8}$;

4) $y = sin\frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{2\pi}{3}$ і $x = \pi$.

149. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю $v(t) = 5t - 0{,}2t^2$ (м/с). Знайдіть:

1) шлях, який пройшло тіло від початку руху до зупинки;
2) прискорення тіла в момент часу *t=10* с.

Основні властивості визначених інтегралів

150. Обчисліть інтеграли:

1) $\int_0^1 xdx$; 2) $\int_0^2 \frac{x}{2}dx$; 3) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$; 4) $\int_0^3 x^2dx$;

5) $\int_1^5 dx$; 6) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinxdx$; 7) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} cosxdx$; 8) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$

9) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{sin^2x}$; 10) $\int_1^4 \left(\frac{4}{x^2} + 2x - 3x^2\right)dx$; 11) $\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2}\right)dx$;

12) $\int_{1/2}^1 \left(\frac{1}{x^2} - 2\right)dx$; 13) $\int_{1/3}^1 \left(3 - \frac{1}{x^2}\right)dx$ 14) $\int_1^4 \left(3x^2 - \frac{1}{x^2}\right)dx$

15) $\int_1^3 \left(43 + \frac{2}{x^2}\right)dx$ 16) $\int_1^4 \left(\frac{3}{2}\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1\right)dx$; 17) $\int_1^4 \left(2 + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3\sqrt{x}\right)dx$

18) $\int_1^4 \left(x\sqrt{x} - 3x^2\right)dx$ 19) $\int_1^4 \left(4x^3 - 3x\sqrt{x}\right)dx$ 20) $\int_{-1}^2 \left(3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x+2}}\right)dx$

21) $\int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x+3}} + 3x^2\right)dx$ 22) $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \left(\frac{1}{2}cos\frac{x}{2} - 3sin3x\right)dx$

23) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{1}{3}cos\frac{x}{3} - 2sin2x\right)dx$; 24) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \left(\frac{1}{2sin^2\frac{x}{2}} + 2cosx\right)dx$;

25) $\int_{In\,2}^{In\,3} e^{2x}dx$; 26) $\int_{In\,1}^{In\,3} e^{-2x}dx$; 27) $\int_1^{e^2} \frac{2}{x}dx$;

28) $\int_e^{e^3} \left(-\frac{3}{x}\right)dx$; 29) $\int_0^4 x^2dx$; 30) $\int_{-1}^2 (x^2 + 1)dx$;

31) $\int_0^{\pi} sin\,xdx$; 32) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} cos\,xdx$; 33) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{cos^2x}$;

34) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{sin^2x}$; 35) $\int_{In\,2}^{In\,4} e^x dx$; 36) $\int_1^4 \frac{dx}{x^2}$;

37) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sinxdx$; 38) $\int_0^{100} \sqrt{x}dx$; 39) $\int_1^2 \frac{dx}{x^3}$;

40) $\int_1^4 x\sqrt{x}dx$; 41) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; 42) $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{dx}{x^2}$;

43) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 2sinxdx$; 44) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x}$; 45) $\int_1^{e^3} \left(-\frac{3}{x}\right)dx$;

46) $\int_0^{In\,5} e^x dx$; 47) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} cosxdx$; 48) $\int_1^4 \frac{3}{2}\sqrt{x}dx$;

49) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} sinxcosxdx$; 50) $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} sin\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)dx$; 51) $\int_0^2 (1 + 3x)^4 dx$;

52) $\int_{-\pi}^{2\pi} sin\frac{x}{2}dx$; 53) $\int_0^{\pi} \frac{1}{\pi}cos^2xdx$; 54) $\int_0^{\frac{9\pi}{8}} \frac{dx}{cos^2\frac{2x}{9}}$.

151. Обчисліть інтеграли:

1) $\int_1^3 x^3 dx$; 2) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}$; 3) $\int_1^2 \frac{dx}{(2x+1)^2}$; 4) $\int_0^{\pi} 3\cos\frac{x}{2} dx$;

5) $\int_1^2 4dx$; 6) $\int_1^3 dx$; 7) $\int_{-3}^2 (-1)dx$; 8) $\int_0^1 xdx$;

9) $\int_0^3 x^2 dx$; 10) $\int_{-1}^2 3x^2 dx$; 11) $\int_{-2}^3 2xdx$; 12) $\int_0^2 x^3 dx$;

13) $\int_0^1 2x^5 dx$. 14) $\int_1^4 x^{\frac{1}{2}} dx$; 15) $\int_{\frac{1}{9}}^{\frac{1}{4}} \sqrt{x} dx$; 16) $\int_1^4 x^{-\frac{1}{2}} dx$;

17) $\int_4^9 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$; 18) $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$; 19) $\int_2^3 \frac{1}{x^2} dx$; 20) $\int_1^2 \frac{1}{x^3} dx$;

21) $\int_0^{\pi} \sin x\, dx$; 22) $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x\, dx$; 23) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\, dx$; 24) $\int_{-\pi}^{2\pi} \cos x\, dx$;

25) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\, dx$; 26) $\int_{-3\pi}^{0} \cos 3x\, dx$; 27) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin\frac{x}{2} dx$; 28) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\frac{x}{2} dx$;

29) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{cos^2 x} dx$; 30) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{sin^2 x} dx$; 31) $\int_1^e \frac{1}{x} dx$; 32) $\int_0^{\ln 2} e^x dx$.

33) $\int_1^{10} \frac{dx}{x^2}$; 34) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \sin 2x dx$; 35) $\int_1^4 x\sqrt{x} dx$; 36) $\int_1^8 x\sqrt[3]{x} dx$;

37) $\int_0^{\pi} (x^2 + 2\sin x) dx$; 38) $\int_0^{\pi/2} (x^3 - \sqrt{3}\cos x) dx$; 39) $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{\sqrt{2x+5}}$; 40) $\int_0^{3\pi} \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{9}}$;

41) $\int_0^{\pi/4} \sin 5x \cos x dx$; 42) $\int_{-\pi/2}^{0} \cos^2 4x dx$; 43) $\int_0^{\pi/2} \sin^2 \frac{x}{2} dx$; 44) $\int_{\pi/6}^{\pi/4} ctg^2 x dx$;

45) $tg^2 x dx$; 46) $\int_{-1}^1 x(x^2-1)^5 dx$; 47) $\int_{-2}^2 (5x^4 + 3x^2) dx$.

152. Доведіть справедливість рівностей:

1) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x} = \int_0^1 dx$; 2) $\int_0^{\pi/3} \sin x dx = \int_{1/16}^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{x}}$;

3) $\int_0^{\pi/2} \cos x dx = \int_0^{\sqrt[3]{3}} x^2 dx$; 4) $\int_0^1 (2x+1) dx = \int_0^2 (x^3 - 1) dx$.

153. Обчисліть інтеграл, використовуючи його геометричний зміст:

1) $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$; 2) $\int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$;

3) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$; 4) $\int_{-4}^4 \sqrt{16 - x^2} dx$.

154. Обчисліть інтеграл:

1) $\int_0^2 (x^2 + 2x)^2 dx$; 2) $\int_{0,25}^{0,5} \frac{2x^5 - x^4 + x^2}{x^4} dx$;

3) $\int_0^{\pi} \sin^2 x dx$; 4) $\int_0^3 (2x - x^2)^2 dx$.

155. Знайти таке значення a (а $\in [0; 3]$), при якому інтеграл $\int_0^3 x^2 dx$ розбивається на два чисельно рівних інтеграли.

156. Відомо, що а $\leq b \leq c$. Довести тотожність:

$$\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx + \int_c^a f(x)dx = 0.$$

157. *Довести: $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

Обчислення площ криволінійних трапецій. Обчислення площ плоских фігур

158. Укажіть формулу, за якою можна знайти площу заштрихованої фігури:

1) $\int_0^d \big(p(x) - t(x)\big)dx$;
2) $\int_c^d (t(x) - p(x))dx$;
3) $\int_c^d (p(x) - t(x))dx$;
4) $\int_c^d p(x)dx$.

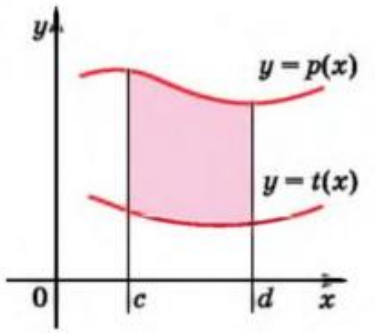


Рис. 17

159. Знайдіть площу заштрихованої фігури на рис. 18.

160. Знайдіть площу заштрихованої фігури на рис. 19.

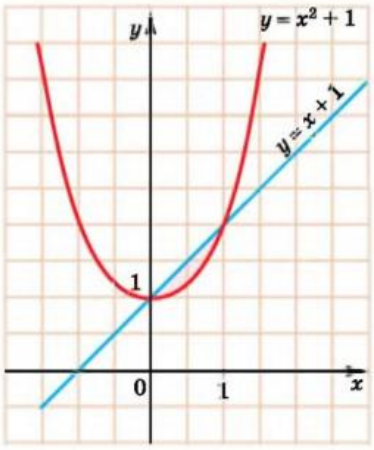


Рис. 18

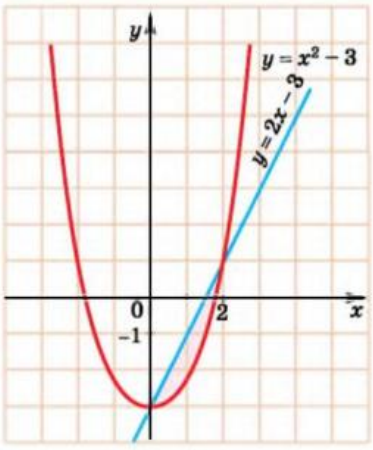


Рис. 19

161. Записати у вигляді визначеного інтеграла площі фігур, зображених на рисунках 20-21.



Рис. 20

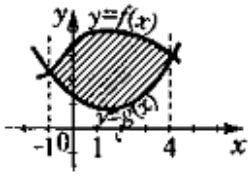


Рис. 21

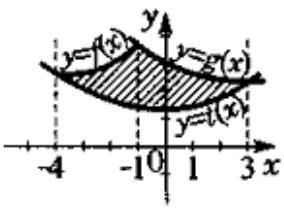


Рис. 22

162. Обчислити площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями:

1) $y = x^2,\ y = 0, x = 1, x = 3$; 2) $y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2$;

3) $y = \cos x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$; 4) $y=\sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$;

5) $y = x^3 + 1, y = 0, x = 0, x = 2$; 6) $y = 1 + \frac{1}{2}\cos x, y = 0, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$.

163. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

1) $y = x^2$ *і* $y = 3x$; 2) $y = 2 - x^2$ і $y = x$;

3) $y = 7 - x^2$ і $y = 3$; 4) $y = 3x^2$ і $y = 2x + 1$;

5) $y = 3x^2$ і $y = 4 - x^2$; 6) $y = x^2 - 2x, y = 3$ і $x = 0$, за умови, що $x \leq 0$.

164. Записати у вигляді визначеного інтеграла площі фігур, що обмежені лініями:

1) $y = x^2, x = 2, x = 4, y = 0$; 2) $y = x^3 - 1, x = 3, x = 9, y = 0$;

3) $y = \sin x, x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{\pi}{2}, y = 0$; 4) $y = \cos x, x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$ і віссю абсцис;

5) $y = x^3, y = 0, x = 2$; 6) $y = -x^3, y = 0, x = -2$;

7) $y = \sqrt{x}, y = 0{,}5x$; 8) $y = \sqrt{x}, y = x$;

9) $y = \frac{5}{x}, y = 6 - x$; 10) $y = \frac{4}{x}, y = 5 - x$;

11) $y = 2 + x - x^2, y = 2 - x$; 11) $y = 2 - x - x^2, y = 2 + x$;

12) $y = 4x - x^2, y = 4 - x$; 13) $y = -x^2 - 4x, y = x + 4$;

14) $y = 4 - x^2, y = 2 - x$; 15) $y = 2 + x^2, y = x + 4$;

165. Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої:

1) лініями $y = x^2, y = 4$;
2) дугою косинусоїди $y = 2\cos x$ на відрізку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
3) лінією $y = x^3$, віссю 0x і прямою $x = 2$.
4) параболою $y = 1 - x^2$ і віссю 0x.
5) графіками функцій $y = -x^2 - 2x + 8$, $y = x^2 + 2x + 2$.
6) кривою $y = x^3$ і прямими $y=1, x=-2$.
7) прямою $y=x$ і параболою $y = 2 - x^2$.
8) лініями $y = (x + 1)^2$ і $y = 4 - x$.
9) параболою $y = x^2$ і прямою $y = x + 1$.
10) графіком функції $y = -x^2 + 4$ і прямою $x + y = 4$.
11) параболою $y = x^2 + 1$ і прямою $5x + 3y - 25 = 0$.

166. Обчислити площі фігур, що обмежені лініями:

1) $y = x,\ y = 0, x = 2$,
2) $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 3$,
3) $y = \sqrt{x + 3}, y = 0, x = 1$;
4) $y = -x^2 + 2x + 10, y = 10$;
5) $y = x^2 - 4, y = 4 - x^2$;
6) $y = x^3, y = 0, x = -1, x = 2$;
7) $y = e^x, y = 0, x = -1$;
8) $y = 2x, y = 0, x = a, x = b$, де $b > a > 0$.

167. Обчислити площі фігур, обмеженої лініями:

1) $y = x^2 - x - 5, y = x - 2$; 2) $y = x^2 + x - 4$ і $y = 6 - x^2$;

3) $y = -x^2 + 4, y = 2 - x$; 4) $y = x^2 = 2$ і $y = x + 4$;

5) $y = x^2$ і $y = \sqrt[3]{x}$; 6) $y = x^3$ і $y = \sqrt[4]{x}$;

7) $y = x - x^2$ і $y = x^2 - x$; 8^*)$y = 2^x - 1$ і $y = \sqrt{x}$.

168. Функція $y = F(x)$ є первісною для функції $f(x) = 2x - 4$. Знайдіть площу фігури, обмеженою графіками функцій $y = F(x)$ і $y = f(x)$, знаючи, що графік функції $y = F(x)$ проходить через точку $A(0;4)$.

169. Знайти площу фігури, обмеженої гіперболою $y = -\frac{1}{x}$, дотичною до неї, проведеною в точці з абсцисою $x = 1$ і прямою $x = 2$.

170. Обчислити площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \sin x$, відрізком $[0;\pi]$ осі 0x із прямою, що проходить через точки з координатами $(0;0)$ і $\left(\frac{\pi}{2};1\right)$.

171. *****Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі абсцис фігури, обмеженої прямими $y = x$, $x = 1$, $y = 0$.

172. Обчислити об'єм тіла, утвореного при обертанні навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями:

1) $y = 3x$, $y = 0$, $x = 2$;
2) $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 2$;
3) $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$;
4) $y = x^3$, $y = 1$, $x = 2$;
5) $y = \sin x$, $y = 0$, $0 \le x \le \pi$.

173. Обчислити об’єм тіла, утвореного обертанням фігури, обмеженої лініями $y = \frac{2}{\pi}x$ і $y = \sin x, x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$навколо осі *0x.*

174. Обчислити об’єм пісочного годинника, бічна поверхня якого утворена обертанням навколо осі ординат лінії $y = \arccos x$.

Вказівка. Обертанням графіка функції $y = \arccos x$ навколо осі ординат можна замінити обертанням графіка функції $y = \cos x, x \in [0;\pi]$навколо осі абсцис. Отримаємо той самий годинник, тільки покладемо на бік. Тоді $V = \pi \int_0^{\pi} cos^2 x dx$.

Розділ 3. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Перестановки, розміщення, комбінації

175. Обчисліть:

1) A_4^2; 2) A_5^3; 3) P_4; 4) P_5; 5) C_5^2; 6) C_7^4.

176. Обчисліть:

1) A_6^3; 2) A_9^2; 3) A_{10}^4; 4) A_6^5,.

177. Запишіть всі перестановки елементів множини {△, □, ○}

178. Виписати усі розміщення із елементів множини {a, b, c, d} по два.

179. Утворіть усі перестановки множини:

1) $\mathrm{A} = \{a; b\}$ 2) $\mathrm{B} = \{?; !; 0\}$.

180. Скільки чотирицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 5, 6, 7, 8, якщо цифри в числі не повторюються?

181. Скільки трицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 1, 2, 3, якщо цифри в числі не повторюються?

182. На тарілці лежать 6 яблук і 9 слив. Скількома способами з тарілки можна взяти:

1) один фрукт; 2) одне яблуко і одну сливу?

183. У класі 12 юнаків і 16 дівчат. Скількома способами можна вибрати:

1) одного учня чи учениці із цього класу;
2) пару: юнака та дівчину?

184. Скоротіть дріб:

1) $\frac{8!}{5!}$; 2) $\frac{\mathrm{P}_3}{\mathrm{P}_7}$; 3) $\frac{\mathrm{A}_7^2}{\mathrm{A}_6^3}$; 4) $\frac{\mathrm{C}_5^3}{\mathrm{C}_5^4}$.

185. Обчислити:

1) C_8^2; 2) C_8^6; 3) $C_5^4 + C_3^0$; 4) $C_{100}^{100} + C_{100}^1$.

186. Виписати комбінації трьох елементів з множини {a, b, c, d, h}.

187. Скількома способами можна вибрати пару з літер на позначення одного голосного й одного приголосного звука у слові «яблуко»?

188. Скількома способами можна вибрати пару з літер на позначення одного голосного й одного приголосного звука у слові «слива»?

189. Скількома способами можна вишикувати в ряд 5 дітей?

190. Скількома способами можна розставити на полиці 6 чашок?

191. Скількома способами можна розкласти вісім різних листів у вісім різних конвертів, якщо в кожний конверт кладеться лише один лист?

192. Скільки п'ятицифрових чисел можна написати цифрами 5, 6, 7, 8, 9 так, щоб усі цифри кожного числа були різними?

193. Скільки всього шестизначних парних чисел можна скласти із цифр 1, 3, 4, 5, 7, 9, якщо в кожному із цих чисел жодна цифра не повторюється?

194. З цифр 1, 2, 3, 4, 5 складено всі можливі п'ятизначні числа без повторення цифр. Скільки серед цих п'ятизначних чисел таких, які:

1) починаються цифрою 5;
2) не починаються з цифри 3;
3) починаються з 53;
4) не починається з 543.

195. 12 учасників шахового турніру грають у залі, де є 6 столів. Скількома способами можна розмістити шахістів за столами, якщо учасники всіх партій і колір фігур кожного учасника відомі?

196. Скількома способами із 6 членів президії можна вибрати голову і секретаря зборів?

197. У групі туристів 16 осіб. Скількома способами можна сформувати з них групу з 3 туристів для екскурсії?

198. Скількома способами з 20 учнів та учениць класу можна обрати чотирьох для участі у святковому концерті?

199. На колі розміщено 10 точок. Скільки існує трикутників, вершинами яких є ці точки?

200. На колі розміщено 15 точок. Скільки прямих можна провести через ці точки?

201. Учневі треба скласти 4 екзамени на протязі 8 днів. Скількома способами це можна зробити?

202. Скільки існує всього семицифрових телефонних номерів, в кожному із яких жодна цифра не повторюється?

203. Скільки існує двоцифрових чисел, в яких цифра десятків і цифра одиниць різні і непарні.

204. Гральний кубик підкидають тричі. Скільки різних послідовностей чисел можна при цьому отримати?

205. Монету підкидають чотири рази. Скільки різних послідовностей випадання аверса та реверса при цьому можна отримати?

206. Скільки можна скласти різних чотирицифрових чисел, у запису яких є тільки непарні цифри, якщо цифри в числі:

1) не повторюються; 2) можуть повторюватися?

207. Скільки можна скласти різних трицифрових чисел, у запису яких є цифри 1, 2, 3, 4, 5, якщо цифри в числі:

2) не повторюються; 2) можуть повторюватися?

208. Обчисліть:

1) $\frac{1}{P_6} - \frac{1}{P_5}$; 2) $\frac{1}{P_7} - \frac{18}{P_{19}}$.

209. Знайти *n*, якщо $A_n^5 = 18 \cdot A_{n-2}^4$.

210. Довести: а) $A_m^n = m \cdot A_{m-1}^{n-1}$; б) $A_n^{n-1} = P_n$; в) $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

211. Розв'язати рівняння: а) $A_x^2 = 90$; б) $A_y^2 = 42$; в) $A_x^3 = 56x$.

212. Розв'язати рівняння:

1) $C_x^2 = 21$; 2) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$;

3) $C_x^3 + C_x^2 = 15\,(x-1)$; 4) $C_{y-1}^3 + C_{y-1}^2 = 15\,(y-2)$.

213. Розв'язати рівняння: 1) $A_x^2 = 210$; 2) $C_x^2 = 21$.

214. Із 20 робітників треба виділити 6 для роботи на елеваторі. Скількома способами це можна зробити?

215. На полиці є 35 книжок. Скількома способами можна вибрати дві із них?

216. Скількома способами з 6 членів комісії можна обрати голову комісії та його заступника?

217. Скількома способами можна розкласти в ряд 2 білі намистини, чорну, червону і блакитну, якщо білі намистини розташовуються з двох кінців ряду?

218. Скількома способами на книжковій полиці можна розмістити підручники із 6 різних предметів так, щоб підручник з алгебри стояв крайнім праворуч?

219. Скільки різних шестицифрових чисел можна скласти із цифр 0, 1, 3, 5, 7, 9, якщо в кожному числі цифри не повторювались?

220. Скільки різних чотирицифрових чисел можна скласти із цифр 0, 1, 2, 3, якщо в кожному числі цифри не повторюються?

221. Скількома способами групу з 8 учнів можна роподілити для участі у двох олімпіадах, якщо в олімпіаді з математики беруть участь 5 учнів, а з фізики – 3?

222. Скількома способами можна вибрати 2 блокноти і 3 олівці з 5 різних блокнотів і 8 олівців?

223. Скількома способами можна вибрати 2 DVD – диски з іграми і 4 з фільмами із 6 різних дисків з іграми і 8 з фільмами?

224. У коробці лежать вісім червоних, шість синіх, сім зелених і десять простих олівців. Скількома способами можна вибрати один простий олівець?

225. Визначити вид сполуки, про яку йдеться мова в задачі, та записати відповідну формулу:

1) 25 учителів потиснули один одному руки перед педрадою. Скільки було зроблено рукостискань?
2) 25 студентів обмінялися фотографіями так, що кожний обмінявся з кожним. Скільки було роздано фотографій?
3) У класі з 32 учнів вибирають делегацію до шефів, яка складається з трьох осіб. Скільки існує варіантів такого вибору?
4) У класі з 32 учнів для проведення зборів обирають голову, заступника і секретаря. Скількома способами це можна зробити?
5) Біля стола стоїть 9 стільців. Скільки існує способів розміщення за столом 9 осіб?

226. 7 книг різних авторів і трьохтомник одного автора розташовані на книжковій полиці. Скількома способами можна розставити ці 10 книжок на полиці так, щоб книги автора трьохтомника стояли поруч?

227. Збори з 30 осіб обирають голову, секретаря та трьох членів редакційної комісії. Скількома способами це можна зробити?

228. У підрозділі 60 солдат і 5 офіцерів. Скількома способами можна виділити наряд, який складається із трьох солдат і одного офіцера?

229. Із 10 троянд і 8 жоржин треба скласти букет так, щоб в ньому були 2 троянди і 3 жоржини. Скількома способами можна скласти букет?

230. Із семи бігунів і трьох стрибунів треба скласти команду із 5 чоловік, в яку б входив хоч би один стрибун. Скількома способами це можна зробити?

231. Скількома способами можна вибрати шість карт із колоди, яка містить 36 карт?

232. З 18 підручників, що стоять на полиці, чотири підручники з алгебри, п’ять - з історії, три – з географії, а решта - з геометрії. Скількома способами можна вибрати один підручник з математики?

233. На клумбі розцвіли 18 червоних, 10 білих і 10 рожевих троянд. Скількома способами можна вибрати один букет із трьох троянд різного кольору?

234. У вазі 10 білих і 6 рожевих троянд. Скількома способами можна вибрати з вази:

1) три квітки;
2) три квітки одного кольору;
3) три квітки так, щоб серед них були як білі, так і рожеві.

235. Іван Іванович забув номер телефону, який складається з п’яти різних цифр, і перебирає всі можливі варіанти. Скільки часу витратить Іван Іванович, щоб набрати потрібний номер (для набору одного номера витрачає 10 с), якщо він:

1) пам’ятає, що до складу номера входять тільки непарні числа;

2) пам’ятає, що до складу номера не входить цифра 0;

3) не пам’ятає жодної цифри, що входить до потрібного номера?

236. Скоротити дріб:

1) $\frac{k!}{(k-1)!}$; 2) $\frac{(k-2)!}{k!}$; 3) $\frac{(k-1)!}{(k-3)!}$; 4) $\frac{(k+1)!}{k+1}$.

237. Виконати дії:

1) $\frac{1}{n!}-\frac{1}{(n+1)!}$; 2) $\frac{1}{(n-1)!}-\frac{1}{n!}$.

238. Розв'язати рівняння:

1) $\frac{(n+2)!}{n!}=72$; 2) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}=30$.

Випадковий дослід і випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події

239. *(Усно)* Які з подій є випадковими:

1) під час підкидання грального кубика випаде 4 очки;
2) за температури 0^0 С вода замерзне;
3) виграш за лотерейним білетом складе 10 грн;
4) наступним днем після 1 січня буде 2 січня;
5) прізвище навмання вибраного одинадцятикласника починається з літери «Л»;
6) довжина кола, радіус кола якого 10 см, дорівнюватиме 20π см?

240. *(Усно)* Які з подій – вірогідні, а які – неможливі:

1) сонце зійде на сході;
2) під час підкидання грального кубика випаде число очок, кратне 13;
3) навмання вибране трицифрове число, складене із цифр 2, 3, 4, виявляється більшим за 200;
4) двоцифрове число, складене із цифр 3 і 4, кратне числу 3;
5) випаде білий сніг;
6) кількість днів навмання вибраного місяця буде не меншою за 32?

241. Які із подій є вірогідними:

А — «два попадання при трьох пострілах»;

Б — «навмання вибране трицифрове число не більше 1000»;

С — «випадання 12 очок при киданні двох гральних кубиків»;

Е — «випадання цифри 3 при киданні монети»?

242. Які із подій є неможливими:

А — «випадання 13 очок при киданні двох гральних кубиків»;

В — «поява слова «мама» при випадковому наборі букв а, а, м, м».

C — «чотири попадання при трьох пострілах»;

D — «поява на одній грані грального кубка числа 8»?

243. Які з подій випадкові, вірогідні, неможливі:

1) виграти партію в теніс у рівного вам суперника;
2) навмання вибраний слон буде літати;
3) поява очок, більша за 12, під час підкидання двох гральних кубиків;
4) запізнення потяга Київ – Львів;
5) 7 травня наступного року буде сонячно;
6) наступним днем після вівторка буде середа;
7) наступним днем після середи буде вівторок;
8) день народження людини, яку зустріли, 30 вересня;
9) день народження людини, яку зустріли, 31 вересня;
10) витягнути білу намистину з коробки, у якій білі та червоні намистини.

244. Наведіть по два приклади вірогідної, випадкової і неможливої події.

245. Указати, які з наведених подій, що відбулися внаслідок указаного досліду, є випадковими, вірогідними, неможливими.

Дослід	**Подія**
Витягання екзаменаційного білету з 25 запропонованих	Витягли білет №1
Витягання екзаменаційного білету з 25 запропонованих	Витягли білет №26
Витягання екзаменаційного білету з 25 запропонованих	Витягли білет із номером, що не перевищує 25
Вмикання однієї електричної лампочки	Лампочка не загорілася
Вмикання однієї електричної лампочки	Загорілося дві лампочки
Вмикання однієї електричної лампочки	Лампочка загорілася
Два постріли по мішені	Жодного влучення в ціль
Два постріли по мішені	Два влучення в ціль
Два постріли по мішені	Три влучення в ціль

246. Перемалюйте таблицю в зошит і для кожного досліду вкажіть приклад вірогідної, неможливої, випадкової події:

№	**Дослід**	**Вірогідна подія**	**Неможлива подія**	**Випадкова подія**

1	Витягування кульки із коробки із жовтими і синіми кульками			
2	Відривання листка у відривному календарі			
3	Витягування карти із колоди карт			
4	Складання двоцифрового числа із цифр 3 і 8			

247.

№	Дослід	Вірогідна подія	Неможлива подія	Випадкова подія
1	Витягування шоколадної цукерки з коробки, яка містить цукерки із чорного та молочного шоколаду			
2	Складання двоцифрового числа із цифр 2 і 5			
3	Визначення дня народження деякої людини			
4	Визначення кількості днів навмання вибраного року			

248. Випадковий дослід «підкидання грального кубика» проведено 400 разів. Результати досліду занесено в таблицю. Перемалюйте її в зошит і обчисліть відносну частоту випадання кожного окремого числа.

Число	1	2	3	4	5	6
Кількість випадання числа	66	64	70	68	72	62
Відносна частота випадання числа						

249. Було виконано 5 серій по 100 підкидань монети в кожній. Результати досліду занесено в таблицю. Перемалюйте її в зошит і обчисліть відносну частоту події *A* в кожній із серій.

Серія					
Випадання аверса (подія А)					
Відносна частота події А					

250. Відомо, що в партії із 2000 батарейок трапляються 8 бракованих. Яка ймовірність купити браковану батарейку з такої партії?

251. У партії, виробленій заводом, що налічує 20 000 деталей, є 30 бракованих. Яка ймовірність того, що навмання взята з партії деталь буде бракованою?

252. Зі 100 яблук, що лежать у ящику, одне червиве. Яка ймовірність того, що навмання витягнуте яблуко буде не червивим?

253. У скриньці знаходяться 10 білих і 9 чорних кульок. Яка ймовірність витягнути:

1) білу або чорну кульку; 2) сіру кульку.

254. У відомій дитячій пісеньці співається: "Жили у бабусі два веселих гуся, один білий, один сірий, два веселих гусі". Яка ймовірність того, що навмання взятий гусак буде:

1) білим; 2) сірим; 3) чорним; 4) веселим?

255. Яка ймовірність події «наступним днем після…»:

1) «…30 червня буде 1 липня»;

2) «…понеділка буде середа»?

256. *(Усно).* Стрілець виконав два постріли по мішені: один раз влучив, а другий – ні. Чи можна стверджувати, що для цього стрільця ймовірність влучення і мішень за даних умов дорівнює 0,5? Чому?

257. Для того, щоб визначити, який колір волосся в жителів міста трапляється частіше, а який – рідше, було проведено дослід, який полягав у такому. Кілька дослідників розійшлися в різні частини міста і записували колір волосся кожного десятого зустрічного жителя міста. Результати зібрали й занесли до таблиці.

Колір волосся	Шатени	Блондини	Брюнети	Руді
Кількість людей	212	119	111	44

Оцініть (з точність до сотих), що обраний навмання житель міста:

1) шатен; 2) брюнет;

3)не блондин; 4) не рудий.

258. За умовою попередньої задачі оцініть (з точністю до сотих), що обраний навмання житель міста:

1) рудий; 2) блондин;

3)не шатен; 4) не брюнет.

259. *(Практичне завдання.)* Виберіть деякий текст українською мовою, позначте в ньому будь-які п'ять рядків поспіль. Обчисліть відносну частоту в цих рядках літери «ф» та літери «о» та порівняйте їх.

260. *(Практичне завдання.)* Виберіть деякий текст українською мовою, позначте в ньому будь-які п'ять рядків поспіль. Обчисліть відносну частоту в цих рядках літери «п» та літери «ч» та порівняйте їх.

261. На основі задач 259 і 260 дайте відповідь на запитання: чому на клавіатурах до комп'ютерів літери «о» та «п» розташовані ближче до центрів, а літери «ф» та «ч» - ближче до краю?

262. Було перевірено 1000 деталей, з яких 4 виявилися бракованими. 1) скільки приблизно бракованих деталей буде в партії з 2500 деталей? 2) Скільки приблизно деталей у партії, якщо серед них виявилося 6 бракованих?

263. Серед 200 опитаних жителів міста 196 мали мобільний телефон. 1) скільки приблизно мобільних телефонів буде в 700 опитаних жителів цього міста? 2) скільки приблизно було опитано жителів міста, якщо серед них кількість людей, що мала мобільний телефон, дорівнювала 686?

264. Відомо, що деяка баскетболістка влучає в кошик під час штрафного кидка з ймовірністю, більшою за 0,8, але меншою ніж 0,82. Скільки приблизно виконано штрафних кидків під час тренування, якщо баскетболістка мала 5 промахів?

265. Відомо, що деякий стрілець влучає в мішень з імовірністю, більшою за 0,88, але меншою ніж 0,9. Скільки приблизно виконано пострілів під час тренування, якщо стрілець мав 3 промахи?

Завдання ЗНО

266. Укажіть, скільки п'ятицифрових чисел (без повторення)можна скласти з цифр 1,3,5,7,9. (2009.п)

А	Б	В	Г	Д
90	100	115	120	145

267. Скільки всього різних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 0,1,3,5,7 (у числах цифри не повинні повторюватися? (2010.п2)

А	Б	В	Г	Д
5	24	25	96	120

268. Скільки всього різних двоцифрових чисел можна утворити з цифр 1, 5, 7 і 8 так, щоб у кожному числі всі цифри не повторювалися? (2012.о2)

269. Олег пише смс-повідомлення з трьох речень. У кінці кожного з них він прикріпить один із п'ятнадцяти веселих смайликів. Скільки всього є способів вибору таких смайликів для прикріплення, якщо всі смайлики в повідомленні мають бути різними? (2021).

270. Скільки всього різних парних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4 та 5, якщо в кожному з цих чисел усі цифри різні? (2015.п1)

271. Укажіть, скільки можна скласти різних правильних дробів, чисельниками і знаменниками яких є числа 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.(2008.о)

А	Б	В	Г	Д
28	56	70	112	Інша відповідь

272. До складу української Прем'єр-ліги з футболу входять 16 команд. Упродовж сезону кожні дві команди грають між собою 2 матчі. Скільки всього матчів буде зіграно за сезон? (2009.о)

А	Б	В	Г	Д
120	128	200	240	256

273. Студент на першому курсі повинен вибрати одну з трьох іноземних мов, яку вивчатиме, та одну з п'яти спортивних секцій, що відвідуватиме. Скільки всього існує варіантів вибору студентом іноземної мови та спортивної секції? (2014.о)

А	Б	В	Г	Д
5	8	10	15	28

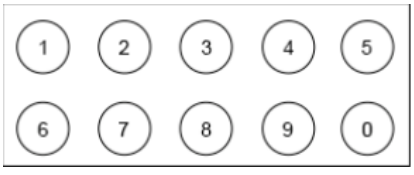
274. Блок соціальної реклами складається з 4 рекламних роликів: про шкідливість паління, про охорону навколишнього середовища, про дотримання правил дорожнього руху та про велосипедне місто. Ролик про шкідливість паління заплановано показати двічі — першим і останнім, а інші три ролики — по одному разу. Скільки всього існує варіантів формування цього блоку соціальної за вказаним порядком рекламних роликів? (2014.д)

А	Б	В	Г	Д
6	8	12	24	120

275. У кіоску є 10 видів вітальних листівок з Новим роком. Скільки всього можна утворити різних наборів листівок, кожен із яких складається з трьох листівок різних видів? (2010.п1)

А	Б	В	Г	Д
30	90	120	240	720

276. Кодовий замок на дверях має десять кнопок, на яких нанесено десять різних цифр (див. рисунок). Щоб відчинити двері, потрібно одночасно натиснути дві кнопки, цифри на яких складають код замка. Скільки всього існує різних варіантів коду замка? Уважайте, що коди, утворені перестановкою цифр (наприклад, 1-2 і 2-1), є однаковими. (2010.о2)



А	Б	В	Г	Д
100	90	45	20	10

277. На вершину гори ведуть 5 доріг. Скільки всього є варіантів вибору маршруту підйому на вершину гори однією дорогою, а спуск - іншою? (2020.о)

А	Б	В	Г	Д
5	9	10	20	25

278. Студенти однієї з груп під час сесії повинні скласти п’ять іспитів. Заступнику декана потрібно призначити складання цих іспитів на п’ять визначених дат. Скільки всього існує різних варіантів розкладу іспитів для цієї групи?(2010.о1)

А	Б	В	Г	Д
5	25	60	120	240

279. Заступник директора школи складає розклад уроків для 10-го класу. Він запланував на понеділок шість уроків з таких предметів: геометрія, біологія, англійська мова, хімія, фізична культура, географія. Скільки всього існує різних варіантів розкладу уроків на цей день, якщо урок фізичної культури має бути останнім у розкладі?(2011.п)

280. Редактор стрічки новин вирішує, у якій послідовності розмістити 6 різних новин: 2 політичні, 3 суспільні й 1 спортивну. Скільки всього є різних послідовностей розміщення цих 6 новин у стрічці за умови, що політичні новини мають передувати іншим, а спортивна новина — бути останньою? Уважайте, що кожну із цих 6 новин у стрічці не повторюють. (2021 о)

281. Скільки всього існує різних двоцифрових чисел, у яких перша цифра є парною, а друга – непарною? (2012.п)

282. Скільки існує різних дробів $\frac{m}{n}$, якщо m набуває значень 1; 2 або 4, а n набуває значень 5; 7; 11; 13 або 17? (2012.о1)

283. Для роботи на уроках геометрії учню потрібно придбати лінійку й транспортир. У магазині канцелярських товарів у продажу є три види транспортирів та чотири види лінійок, а також два види наборів, що складаються з лінійки й транспортира. Скільки всього в учня є варіантів придбання лінійки й транспортира в цьому магазині?(2015.п2)

284. У школі є два одинадцятих класи. В 11-А класі навчається 12 хлопців та 8 дівчат, а в 11-Б – 9 хлопців та 15 дівчат. З учнів цих двох класів потрібно обрати двох ведучих для проведення святкового вечора, причому хлопець має бути з 11-А класу, а дівчина – з 11-Б. Скільки всього існує варіантів вибору таких пар ведучих? (2015.о)

285. Марійка зірвала на клумбі 9 нарцисів та 4 тюльпани. Скільки всього існує способів вибору із цих квітів 3 нарцисів та 2 тюльпанів для букета? (2016.п)

286. У чайному кіоску в наявності є лише розфасований у коробки по 100 г листовий чорний чай 8 видів, серед яких є вид «чорна перлина». Покупець вирішив придбати в цьому кіоску для подарункового набору три коробки

чорного чаю трьох різних видів, серед яких обов'язково повинен бути вид «чорна перлина». Скільки всього в покупця є варіантів такого придбання трьох коробок чаю для набору з наявних у кіоску? (2016.о)

287. У магазині в наявності є 10 видів тортів та 15 видів пачок печива. Скільки всього є способів вибору в цьому магазині або одного торта, або трьох різних пачок печива для святкового вечора? (2017.д)

288. Музей має надати чотири картини відомого художника для виставки, присвяченої дню його народження. Одну картину вибирають з діючої експозиції музею, що містить п'ять робіт цього художника, а три інші — з архіву, у якому є 10 його картин. Скільки всього способів такого вибору? (2017.п)

289. Для перевезення дітей формують колону, яка складається з п'яти автобусів і двох супровідних автомобілів: одного на чолі колони, іншого – позаду неї. Скільки всього існує різних способів розташування автобусів і супровідних автомобілів у цій колоні? (2018.п)

290. Піцерія пропонує послугу "Зроби піцу сам", що передбачає вибір клієнтом добавок для піци. Поміж добавок — 8 м'ясних (шинка, ковбаса та інші) і 9 овочевих (цибуля, перець та інші). Клієнт вибирає 2 м'ясні добавки, однією з яких обов'язково має бути шинка, і 3 — овочевих, за винятком цибулі. Скільки всього існує варіантів такого вибору добавок клієнтом? (2018.д)

291. Для оформлення салону краси вирішили замовити в магазині квітів 2 орхідеї різних кольорів та 5 кущів хризантем п'яти різних кольорів. Усього в магазині є в продажу орхідеї 10 кольорів та кущі хризантем 8 кольорів. Скільки всього є способів формування такого замовлення? (2019.п)

292. В Оленки є 8 різних фотографій з її зображенням та 6 різних фотографій її класу. Скільки всього в неї є способів вибрати з них 3 фотографії зі своїм зображенням для персональної сторінки в соціальній мережі та дві фотографії свого класу для сайту школи? (2018.о)

293. У магазині в продажу є 6 видів тарілок, 8 видів блюдець та 12 видів чашок. Олена збирається купити бабусі в подарунок у цьому магазині або чашку та блюдце, або лише тарілку. Скільки всього є способів в Олени купити бабусі такий подарунок? (2019.д)

294. У фінал пісенного конкурсу вийшло 4 солісти та 3 гурти. Порядковий номер виступу фіналістів визначають жеребкуванням. Скільки всього є варіантів послідовностей виступів фіналістів, якщо спочатку виступатимуть гурти, а після них — солісти? Уважайте, що кожен фіналіст виступатиме у фіналі лише один раз? (2019.о)

295. Довідкову інформацію промовляють почергово по одному разу п'ятьма мовами: українською, англійською, німецькою, російською та польською.

Скільки всього є варіантів послідовностей озвучування цієї інформації цими п’ятьма мовами, якщо спочатку її промовляють українською? (2020.п)

296. Компанія з 6 дорослих, з яких лише двоє мають відповідні посвідчення водія, сідають в автомобіль, у якому окрім місця водія є ще 5 пасажирських місць. Скільки всього є способів у цих осіб зайняти місця в автомобілі, якщо на місці водія має бути особа з відповідним посвідченням? (2020.д)

297. На курсах з вивчення іноземних мов як бонус запропоновано два безкоштовні заняття, одне з яких проводитимуть дистанційно, а друге – в аудиторії. Тему кожного з цих двох занять слухач може вибрати самостійно з 10 запропонованих. Скільки всього існує способів вибору форм проведення цих двох занять та різних тем до них? (2021 п.).

Класичне означення ймовірності

298. *(Усно.)* які події можуть відбутися внаслідок таких випробувань:
1) підкидання монети;
2) вибір деталі з партії, у якій 1000 якісних деталей і 5 бракованих?

299. Для кожного з випробувань складіть повну групу подій:
1) результат футбольного матчу команд A і B;
2) результат баскетбольного матчу команд A і B;
3) вибір кульки з ящика, у якому 10 білих і 6 чорних кульок;
4) вибір одноцифрового натурального числа.

300. Для кожного з випробувань складіть повну групу подій:
1) результат тенісної партії між гравцями A і B;
2) результат шахової партії між гравцями A і B;
3) витягування лотерейного квитка з барабана, у якому 20 білетів без виграшу і 5 з виграшем;
4) підкидання кубика, дві грані якого пофарбовано в білий колір, дві – у чорний, дві – у зелений.

301. *(Усно.)* Наведіть приклад:
1) рівноймовірних подій;
2) подій, які не є рівноймовірними в даному випробуванні.

302. Підкидається гральний кубик. Сумісні чи несумісні є такі події:
1) A – «випадання 1», B – «випадання 2»;
2) C – «випадання 6», B – «випадання числа, кратного 2»?

303. Під час підкидання грального кубика сумісні чи несумісні є такі події:
1) A – «випадання 5», B – «випадання 5 або 6»;
2) C – «випадання 4», B – «випадання числа, кратного 5»?

304. У ящику 18 білих і 12 червоних кульок. Яка ймовірність витягнути з ящика:

1) білу кульку; 2) червону кульку?

305. У класі 10 хлопців і 15 дівчат. Яка ймовірність того, що з класу навмання оберуть:

1) хлопця; 2) дівчину?

306. У магазині виявилося, що з 500 смартфонів 4 – бракованих. Яка ймовірність того, що навмання обраний смартфон:

1) бракований; 2) якісний?

307. Із класу, в якому навчається 25 учнів, навмання вибирається один учень. Яка ймовірність того, що це буде хлопець, якщо у класі є 10 хлопців?

308. У ящику є 5 білих і 7 чорних куль. З нього навмання беруть одну кулю. Яка ймовірність того, що вона білого кольору?

309. З 50 легкоатлетів і легкоатлеток, що виступали на олімпіаді, 12 отримали медалі. Знайдіть ймовірність того, навмання обраний атлет чи атлетка:

1) отримав(-ла) медаль; 2) не отримав(-ла) медалі.

310. Рівноймовірні чи ні події A та B, якщо:

1) A – з 10 карток із числами від 1 до 10 витягнути картку із числом 1,
   B – з 10 карток із числами від 1 до 10 витягнути картку із числом 2;
2) A – витягнути білу кульку з коробки, у якій 4 білі кульки і 6 чорних,
   B – витягнути чорну кульку з коробки, у якій 4 білі кульки і 6 чорних;
3) A – під час підкидання грального кубика випало просте число,
   B - під час підкидання грального кубика випало складене число;
4) A – витягнути червону хустину зі скрині, у якій половину хустин червоні, а інша – строкаті, B – витягнути строкату хустину зі скрині, у якій половину хустин червоні, а інша – строкаті?

311. У корзині 12 червоних, 3 зелених і 5 жовтих яблук. Навмання вибирають одне яблуко. Яка ймовірність таких подій:

1) яблуко зелене; 2) яблуко зелене або жовте;
3)яблуко червоне; 4) яблуко не зелене?

312. У коробці 6 синіх ручок, 3 червоні та 1 зелена. Навмання вибирають одну ручку. Яка ймовірність події:

1) ручка червона; 2) ручка синя;
3)ручка червона або зелена; 4) ручка не червона?

313. *(Задача Д'Аламбера.)* Яка ймовірність того, що під час двох підкидань монети хоча б один раз випаде аверс?

314. Гральний кубик кидається один раз. Знайти ймовірність таких подій:

1) A — «поява непарного числа очок»;
2) B — «поява не менше 4 очок»;

3) *C* — «поява не більше 4 очок»;
4) *D* – « випаде число, що є дільником числа 12»;
5) *F* – « випаде число, що є квадратом натурального числа».

315. Гральний кубик кидається один раз. Знайти ймовірність таких подій:
1) *A* — «випаде парне число»;
2) *B* — «випаде не більше ніж 3 очки»;
3) *C* — «випаде не менше ніж 5 очок»;
4) *D* – « випаде число, що є дільником числа 18»;
5) *F* – « випаде число, що є кубом натурального числа».

316. У ящику лежать 12 намистин, дві з яких – білі. Яка ймовірність того, що вибрані навмання дві намистини – білі?

317. У коробці лежать 10 олівців, три з яких – червоні. Яка ймовірність того, що вибрані навмання три олівці – червоні?

318. З натуральних чисел від 1 до 24 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число не є дільником числа 24?

319. З натуральних чисел від 1 до 30 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це просте число або дільник числа 30?

320. З натуральних чисел від 1 до 20 навмання вибирають одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 20?

321. У лотереї є 2000 білетів, з них 50 – виграшні. Яка ймовірність того, що куплений лотерейний білет буде виграшним?

322. У книжці 150 сторінок. Яка ймовірність того, що навмання відкрита сторінка матиме порядковий номер, який закінчується цифрою 9?

323. Кидаються одночасно два гральних кубика. Знайти ймовірність таких подій:
1) *A* — «сума очок, що випали, дорівнює 8»;
2) *B* — «добуток очок, що випали, дорівнює 8»;
3) *C* — «сума очок, що випали, більша ніж їх добуток».

324. Одночасно підкидають два гральних кубики. Знайдіть ймовірності події:
1) *A* – «на кубиках випаде однакова кількість очок»;
2) *B* – «сума очок на кубиках дорівнює 4»;
3) *C* – «сума очок на кубиках буде не більша ніж 4»;
4) *D* – «сума очок на кубиках буде простим числом».

325. Кидаються дві монети. Яка із подій більш ймовірніша:
A — «монети ляжуть однаковими сторонами»;
B — «монети ляжуть різними сторонами»?

326. У ящику є 7 білих і 10 чорних куль. З нього виймають одну білу кулю і відкладають убік. Після цього з ящика беруть навмання ще одну кулю. Яка ймовірність того, що вона теж біла?

327. У ящику лежать 18 білих кульок і кілька чорних. Скільки чорних кульок у ящику, якщо ймовірність витягнути навмання:

1) білу кульку дорівнює 0,6;
2) чорну кульку дорівнює $\frac{1}{4}$;
3) білу кульку більша за 0,75;
4) чорну кульку більша за 0,3?

328. У коробці 10 шоколадних цукерок і кілька карамельних. Скільки карамельних цукерок у коробці, якщо ймовірність витягнути навмання:

1) шоколадну цукерку дорівнює $\frac{2}{3}$;
2) карамельну цукерку дорівнює 0,6;
3) шоколадну цукерку менша за 0,4;
4) карамельну цукерку менша за 0,3.

329. З ящика, що містить 6 пронумерованих кульок, навмання виймають одну за одною кульки. Знайдіть імовірність того, що всі вийняті кульки будуть йти за порядком нумерації.

330. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове число кратне 5?

331. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове непарне число кратне 7?

332. Кидають три монети. Яка ймовірність таких подій:

1) A — «гербів більше, ніж цифр»;
2) B — «випало рівно дві цифри»;
3) C — «три монети випали однаковими сторонами»;
4) D — «гербів не більше одного».

Завдання ЗНО

333. Із гаманця, у якому лежать 5 монет номіналом по 10 копійок, 12 монет — по 25 копійок, 3 монети — по 1 гривні, беруть навмання одну монету. Обчисліть ймовірність того, що її номінал буде менше 50 копійок. (2020.д)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{17}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{20}$	1

334. З натуральних чисел від 1 до 30 учень навмання називає одне. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 30? (2007.о)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{7}{15}$

335. У коробці лежать різнокольорові кульки, з яких 40 — червоні, 20 — коричневі, а всі, що залишилися — жовті. З'ясуйте, скільки жовтих кульок лежить у коробці, якщо ймовірність вибору випадковим чином жовтої кульки дорівнює $\frac{1}{3}$. (2008.п)

А	Б	В	Г	Д
20	30	60	120	180

336. У коробці є 80 цукерок, з яких 44 — з чорного шоколаду, а решта — з білого. Визначте ймовірність того, що навмання взята цукерка з коробки буде з білого шоколаду. (2008.о)

337. В ящику 4 білих, 5 червоних і декілька синіх кульок. Знайдіть загальну кількість кульок в ящику, якщо ймовірність витягти навмання синю кульку дорівнює $\frac{1}{4}$. (2009.п)

338. У туриста є 10 однакових за розмірами консервних банок, серед яких 4 банки — з тушкованим м'ясом, 6 банок — з рибою. Під час зливи етикетки відклеїлися. Турист навмання взяв одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з рибою? (2009.о)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{5}$

339. У кіоску продають морозиво 12 різних видів, з них 4 види — з горіхами, решта — фруктові. Яка ймовірність того, що вибраний навмання покупцем один вид морозива буде фруктовим?(2020.п)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$

340. На полиці розміщено 16 книг, з яких 6 книг — історичні романи, а решта — детективи. Знайдіть імовірність того, що перша книга, навмання взята з полиці, буде детективом. (2010.п1)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{8}$

341. У лотереї 10 виграшних білетів і 290 білетів без виграшу. Яка ймовірність того, що перший придбаний білет цієї лотереї буде виграшним?(2010.п2)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{29}$	$\frac{29}{30}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{10}$

342. Пасічник зберігає мед в однакових закритих металевих бідонах. Їх у нього дванадцять: у трьох бідонах міститься квітковий мед, у чотирьох — мед із липи, у п’яти — мед із гречки. Знайдіть імовірність того, що перший навмання відкритий бідон буде містити квітковий мед. (2010.о1)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$

343. На полиці знаходяться 18 однакових скляних банок із джемом. Серед них — 6 банок з абрикосовим джемом,12 — з яблучним. За кольором джеми не відрізняються один від одного. Господиня навмання взяла одну банку. Яка ймовірність того, що вона буде з абрикосовим джемом? (2010.о2)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{2}$

344. Випущено партію з 300 лотерейних білетів. Імовірність того, що навмання вибраний білет із цієї партії буде виграшним, дорівнює 0,2. Визначте кількість білетів *без виграшу* серед цих 300 білетів. (2015.о)

А	Б	В	Г	Д
6	60	294	150	240

345. Кожну грань кубика пофарбували або в синій, або в жовтий колір. Імовірність того, що при киданні кубика випаде синя грань, дорівнює $\frac{1}{3}$. Скільки всього граней кубика пофарбували в жовтий колір? (2015.д)

А	Б	В	Г	Д
п’ять	чотири	три	дві	одну

346. Майстер обслуговує лише три верстати: 20% робочого часу він обслуговує перший верстат, 30% - другий, 50%-третій. Обчисліть ймовірність того, що в навмання вибраний момент робочого часу майстер обслуговує перший або третій верстат. (2015.п2)

А	Б	В	Г	Д
0,8	0,7	0,5	0,3	0,1

347. Комп’ютерна програма видаляє у восьмицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 12506975 буде видалено цифру 5? (2016.п)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$

348. У відділі працює певна кількість чоловіків і жінок. Для анкетування навмання вибрали одного із співробітників. Імовірність того, що це чоловік, дорівнює $\frac{2}{7}$. Знайдіть відношення кількості жінок до кількості чоловіків, які працюють у цьому відділі. (2011.о)

349. У першому класі 15 дівчаток, з яких лише одна на ім'я Дарина, і 11 хлопчиків. На першому уроці вчителька навмання формує пари дітей, які сидітимуть за однією партою. Першою вона обирає пару для Дарини. Яка ймовірність того, що Дарина сидітиме за однією партою з дівчинкою? (2021).

350. Студенти двох груп (у першій — 20 студентів, у другій — 25 студентів) обирають по одному представнику з кожної групи для участі в студентському заході. Знайдіть ймовірність того, що учасниками заходу будуть обрані старости цих груп. Уважайте, що всі студенти кожної групи мають однакові шанси стати учасниками заходу, і в кожній групі є один староста.(2013.п)

351. На виборах президента школи балотуються три кандидати: Наталя, Микола й Антон. За результатами опитування ймовірність того, що переможе Антон, дорівнює ймовірності того, що переможе Микола, й вдвічі менша за ймовірність того, що переможе Наталя. Якою за результатами опитування є ймовірність того, що президентом школи оберуть Миколу? (2021).

352. Для участі в роботі студентської ради з кожної з двох груп навмання вибирають по 1 студенту. Серед 24 студентів першої групи проживають у гуртожитку 6 студентів, а серед 28 студентів другої групи — 14 студентів. Яка ймовірність того, що обидва вибрані для роботи в раді студенти будуть з тих, хто проживає в гуртожитку? (2020.о)

353. В автобусному парку налічується n автобусів, шосту частину яких було обладнано інформаційними табло. Пізніше інформаційні табло встановили ще на 4 автобуси з наявних у парку. Після проведеного переобладнання навмання вибирають один з n автобусів парку. Ймовірність того, що це буде автобус з інформаційним табло, становить 0,25. Визначте n. Уважайте, що кожен автобус обладнується лише одним табло. (2013.о1)

354. У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним. (2013.о2)

355. У торбинці лежать 3 цукерки з молочного шоколаду та m цукерок з чорного шоколаду. Усі цукерки — однакової форми й розміру. Якого

найменшого значення може набувати m, якщо ймовірність навмання витягнути з торбинки цукерку з молочного шоколаду менша за 0,25? (2017.о)

356. Спортсмен робить один постріл у мішень. Імовірність того, що він улучить у мішень, у 7 разів більша за ймовірність того, що він у неї не влучить. Обчисліть імовірність того, що спортсмен улучить у мішень. (2017.д)

357. З усіх натуральних чисел, більших за 9 і менших за 20, навмання вибирають одне число. Установіть відповідність між подією (1—4) та ймовірністю її появи (А—Д). (2014.п)

Подія	*Імовірність появи події*	
1 вибране число буде простим	**А** 0	**Б** 0,2
2 вибране число буде двоцифровим	**В** 0,3	**Г** 0,4
3 вибране число буде дільником числа 5	**Д** 1	
4 сума цифр вибраного числа буде ділитися на 3		

Використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій

358. Є п'ять відрізків довжиною 1, 3, 4, 7 і 9 см. Визначити ймовірність того, що із трьох навмання взятих відрізків (з даних п'яти) можна побудувати трикутник.

359. Є п’ять карток із числами 1, 3, 5, 7, 9. Навмання вибираємо три з них. Яка ймовірність того, що з них можна утворити арифметичну прогресію?

360. На картках записано числа від 1 до 20. Навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що сума чисел на картках дорівнюватиме 15?

361. На картках записано числа від 1 до 15. Навмання беруть дві з них. Яка ймовірність того, що модуль різниці чисел на картках дорівнюватиме 2?

362. У магазині 50 кавунів, з яких 40 стиглих. Купили два кавуни. Яка ймовірність того, що вони обидва стиглі?

363. Серед 40 деталей 36 – якісні. Яка ймовірність того, що серед трьох навмання взятих деталей немає бракованих?

364. У ящику 8 білих і 6 чорних кульок. Вибираємо навмання три з них. Яка ймовірність того, що:

1) всі три кульки білі;
2) дві кульки білі та одна чорна;
3) серед кульок є як білі, так і чорні?

365. У шухляді 7 синіх і 3 червоні ручки. Вибираємо навмання дві з них. Яка ймовірність того, що:

1) обидві ручки сині;
2) ручки різних кольорів?

366. Вибирають навмання три літери слова «павутина». Яка ймовірність того, з вибраних трьох літер можна скласти слово «пан»?

367. Вибирають навмання чотири літери слова «козак». Яка ймовірність того, що з них можна скласти слово «коза»?

368. По черзі вибирають три літери слова «тринадцять». Яка ймовірність того, що вибрані три літери в послідовності складуть слово «три»?

369. По черзі вибирають три літери слова «двадцять». Яка ймовірність того, що вибрані три літери в послідовності складуть слово «два»?

370. З літер розрізної абетки складено слово «буква». Потім літери слова перемішують і навмання беруть одну за одною. Знайдіть імовірність того, що буде складено початкове слово.

371. З п’яти букв, написаних на картках, складене слово “пісня”. Хлопчик перемішав картки і потім навмання їх склав. Яка ймовірність того, що він знову складе слово “пісня”?

372. Із 24 учнів, серед яких 4 проживають в одному будинку, призначають черговими чотирьох учнів. Яка ймовірність того, що серед чергових буде два з чотирьох згаданих учнів, які проживають в одному будинку?

373. Серед 100 електроламп є 5 бракованих. Яка ймовірність того, що вибрані навмання три лампи будуть небракованими?

374. Із 16 учнів, серед яких 4 дівчини, на вечір зустрічі без вибору запрошують трьох учнів. Яка ймовірність того, що серед запрошених буде одна дівчина?

375. У шаховому турнірі беруть участь 10 шахістів, які жеребкуванням поділені на дві команди по 5 шахістів у кожній. Знайти ймовірність того, що два найсильніші шахісти будуть у різних командах?

376. Кинуто два гральні кубики. Знайти ймовірність того, що випадуть різні числа?

377. Учасники жеребкування беруть з ящика жетони з номерами від 1 до 100. Знайти ймовірність того, що номер першого взятого жетона не містить цифру 3.

378. В урні знаходиться 12 кульок: п'ять білих і сім чорних. Навмання виймають три кульки. Яка ймовірність того, що серед вийнятих кульок:

1) всі три чорні; 2) дві чорні і одна біла;

3) одна чорна і дві білі; 4) всі три білі?

379. Набираючи номер телефону, абонент забув дві останні цифри і, пам'ятаючи лише, що ці цифри різні, набрав їх навмання. Яка ймовірність того, що номер набрано правильно?

380. При грі в «Спортлото» на спеціальній картці відмічається 6 номерів із 49. Під час тиражу визначаються 6 виграшних номерів. Яка ймовірність вгадати рівно 3 виграшних номера?

381. У ліфт 9-поверхового будинку на першому поверсі зайшли 6 чоловік. Знайти ймовірність того, що всі вийдуть на різних поверхах, якщо кожний з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого.

382. З 10 лотерейних білетів два виграшних. Знайти ймовірність того, що серед узятих будь-яких п'яти білетів:

1) один виграшний; 2) принаймні один виграшний?

383. 9 пасажирів сідають у 3 вагони. Знайти ймовірність того, що:

1) у кожний вагон сяде по три пасажири;

2) в один з вагонів сядуть 4, у другий — 3 і в третій — 2 пасажири.

384. Гральний кубик підкидають двічі. Знайти ймовірність того, що:

1) у сумі випаде 6 очок;

2) у сумі випаде 7 очок;

3) за два кидки випаде однакова кількість очок;

4) за два кидки випаде різна кількість очок.

385. У шаховому турнірі беруть участь 20 чоловік, які жеребкуванням розподіляються на дві групи по 10 чоловік. Знайти ймовірність того, що: 4 найсильніших гравці потраплять по два в різні групи.

386. З озера, де плавають 50 щук, виловили 7 щук, помітили їх і випустили в озеро. Другого разу виловили 12 щук. Яка ймовірність того, що серед 12 щук буде дві мічені?

387. У мішку містяться кулі, помічені номерами від 1 до 90. З мішка вибирають навмання 5 куль. Яка ймовірність того, що серед вибраних куль буде куля №90?

388. З-поміж 100 електролампочок п’ять бракованих. Яка ймовірність того, що вибрані навмання три електролампочки будуть робочими?

389. На кожній із п’яти однакових карток записано одну з літер: к , ш, а, о, л. Знайти ймовірність того, що ці картки, навмання розкладені в рядок, утворять слово “школа”.

390. На кожній із дев’яти однакових карток написано одну з літер: а, г, ж, к, л, о, р, с, ф. Навмання беруть 4 картки і розкладають в один рядок. Знайти ймовірність того. Що при цьому утвориться слово “клас”.

391. На кожній із десяти однакових карток написано одну літеру, серед написаних шість літер на позначення приголосних, а решта – голосних. Навмання вибирають 4 картки. Знайти ймовірність того, що серед них будуть дві картки з приголосними і дві – голосними.

392. З ящика, який містить 10 пронумерованих кульок, навмання виймають одна за одною всі кульки. Знайти ймовірність того, що всі вийняті кульки будуть йти за порядком нумерації.

393. На картках записані натуральні числа від 1 до 15. Навмання виймають дві картки. Яка ймовірність того, що сума чисел, записаних на цих картках, дорівнює 10?

394. На чотирьох картках записані числа 1, 2, 3, 4. Беремо навмання три картки. Яка ймовірність того, що сума трьох цих чисел ділиться на 3?

395. У ящику 3 білі і 2 чорні кульки. Навмання беремо дві з них. Яка ймовірність того, що:

1) вони різних кольорів;
2) вони обидві — білі;
3) вони обидві — чорні.

396. У ящику 2 білі кульки, 3 чорні кульки і 1 зелена кулька. Беремо навмання три кульки. Яка ймовірність того, що вони всі різних кольорів?

Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку

397. Дано генеральну сукупність із 30 об'єктів:

7; 12; 11; 8; 13; 1; 9; 11; 12; 17; 20; 14; 17; 18; 20;
2; 14; 19; 20; 3; 7; 15; 19; 20; 14; 5; 4; 9; 7; 13.

Створіть вибірку цієї генеральної сукупності:

1) усіх об'єктів, що стоять на парних місцях;
2) п'яти об'єктів поспіль, починаючи з тринадцятого;
3) об'єктів, узятих через два, починаючи з третього;
4) шести об'єктів поспіль, починаючи з номера, який відповідає номеру вашого прізвища у класному журналі.

398. Дано генеральну сукупність із 40 об'єктів:

7; 19; 21; 14; 30; 9; 17; 22; 21; 8;
13; 17; 22; 9; 20; 3; 15; 21; 11; 1;
3; 19; 20; 24; 27; 12; 14; 19; 13; 14;
29; 17; 21; 30; 25; 13; 19; 8; 1; 5.

Створіть вибірку цієї генеральної сукупності:

1) усіх об'єктів, що стоять на непарних місцях;
2) семи об'єктів поспіль, починаючи з дванадцятого;
3) об'єктів, узятих через три, починаючи з другого;
4) п'яти об'єктів поспіль, починаючи з номера літери в українській абетці, яка відповідає першій літері вашого імені.

399. Виробникам треба знати, скільки одягу треба випускати того чи іншого розміру. Опитали 50 жінок, розміри їх одягу такі: 44, 50, 48, 48, 52, 50, 52, 48, 46, 50, 50, 52, 54, 46, 48, 48, 54, 52, 46, 50, 52, 48, 46, 50, 52, 50, 48, 50, 54, 48,

48, 50, 52, 46, 52, 56, 50, 44, 56, 50, 52, 48, 56, 54, 46, 54, 50, 56, 54, 50. Скласти частотну таблицю.

400. Нехай 10 абітурієнтів дістали на трьох екзаменах таку кількість балів: 10; 9; 11; 10; 12; 14; 13; 15; 9; 10. Побудувати статистичний розподіл цих даних, заповнивши таблицю.

Кількість балів	9	10	11	12	13	14	15
Кількість абітурієнтів							

401. За даними вибірки: 1; 5; 4; 6; 3; 2; 6; 4; 5; 4 заповнити:

1) таблицю точкового розподілу частот:

число	1	2	3	4	5	6
частота						

2) таблицю інтервального розподілу частот:

інтервал	1 - 2	3 - 4	5 - 6
частота			

402. Стрілець у п’яти серіях по 10 пострілів у кожній влучив у мішень таку кількість разів: 7; 6; 8; 9; 6. Знайдіть для цієї вибірки:

1) розмах; 2) моду;

3) медіану; 4) середнє значення.

403. Баскетболістка в десяти серіях по 5 кидків у кожній влучила в кошик таку кількість разів: 2; 3; 4; 3; 3; 1; 5; 3; 2; 4. Знайдіть для цієї вибірки:

1) розмах; 2) моду;

3) медіану; 4) середнє значення.

404. Для вибірки 7, 7, 2, 7, 7, 5, 5, 7, 5, 7 визначте обсяг вибірки. Записати вибірку у вигляді варіаційного ряду.

405. Скласти статистичний розподіл для кожної вибірки:

1) 5, 2, 8, -2, 5, -2, 0, 0, 8, 5;

2) –1, 0, 10, 0, 0, 10, 10, 0, 0;

3) 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7.

406. Для вибірки, яка задана статистичним рядом побудувати:

x_i	0	3	5	10
n_i	10	5	7	3

1) полігон частот;

2) полігон відносних частот.

407. Побудувати полігон розподілу по розміру проданого чоловічого взуття за даними таблиці.

Розмір взуття	36	37	38	39	40	41	42	43

Число проданих пар	1	1	5	8	17	21	18	8

408. Побудувати гістограму за даними таблиці.

Інтервал	2-5	5-8	8-11	11-14	14-16
Сума частот варіант	9	10	26	6	5

409. Побудувати гістограму розподілу корів по проценту жирності молока за даною таблицею.

Жирність молока	3,45-3,65	3,65-3,85	3,85-4,05	4,05-4,25	4,25-4,45
Число корів	2	7	12	3	1

410. Побудувати гістограму частот для вибірки 17, 19, 20, 10, 14, 16, 21, 21, 22, 22, 36, 27, 32, 24, 24, 24, 24, 27, 27, 27 розбивши проміжок від найменшого значення вибірки до найбільшого її значення на 5 проміжків.

411. Дано вибірку 2; 2; 4; 5; 7. Знайти:

1) моду; 2) медіану;

3) середнє арифметичне; 4) розмах.

412. Для вибірки, заданої варіаційним рядом –20, -20, 0, 0, 0, 0, 0, 10, 10, 10 знайти розмах, моду, медіану, середнє значення.

413. Для вибірки, заданої статистичним рядом

x_i	125	127	130	140
n_i	2	4	3	1

Знайти розмах, моду, медіану та середнє значення.

414. Для вибірки, заданої варіаційним рядом 4, 5, 3, 2, 1, 2, 0, 7, 7, 8, знайти розмах, моду, медіану, середнє значення. Побудувати полігон частот.

415. Для вибірки, заданої статистичним рядом

x_i	3	4	5	6
n_i	8	9	10	3

Побудувати гістограму частот.

416. Для вибірки, заданої варіаційним рядом 3, 8, 1, 3, 0, 5, 3, 1, 3, 5, знайти розмах, моду, медіану, середнє значення. Побудувати полігон частот.

417. У таблиці подано кількість медалей, що здобули українські спортсмени та спортсменки на літніх олімпійських іграх.

Рік олімпіади	**Золоті**	**Срібні**	**Бронзові**	**Усього**
1996	9	2	12	23
2000	3	10	10	23
2004	8	5	9	22
2008	7	5	15	27

2012	6	5	8	19
2016	2	5	4	11

За даними таблиці побудуйте гістограму кількості золотих медалей, що здобули українські спортсмени та спортсменки.

418. За даними таблиці задачі 417 побудуйте гістограму кількості срібних медалей, що здобули українські спортсмени.

419. Розмах деякої вибірки дорівнює 9, а її найбільший елемент дорівнює 17. Чому дорівнює найменший елемент цієї вибірки?

420. Розмах деякої вибірки дорівнює 13, а її найменший елемент дорівнює 10. Чому дорівнює найбільший елемент цієї вибірки?

421. За даними таблиці задачі 417 побудуйте кругову діаграму кількості бронзових медалей, що здобули українські спортсмени та спортсменки.

422. За даними таблиці задачі 417 побудуйте кругову діаграму загальної кількості медалей, що здобули українські спортсмени та спортсменки.

423. Знайти вибіркові характеристики, отриманих у результаті статистичних досліджень числових даних:

1) 5,8,6,6,7,7,7,5,5,1; 2) 5,5,6,6,7,7; 3) 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5.

424. Дано вибірку кількості рибин, що спіймав рибалка протягом тижня: 56; 48; 50; 46; 48; 49; 51. Знайти моду цієї вибірки.

425. Дано вибірку кількості сонячних днів у кожному місяці протягом одного року: 12; 8;16;20;25;24;26;19;18;14;12;13. Знайти розмах цієї вибірки.

426. Дано вибірку кількості пар взуття, проданого магазином протягом одного тижня: 54;64;48;52;54;60;62;56. Знайти медіану цієї вибірки.

427. П’ять учнів отримали на зовнішньому незалежному оцінюванні таку результати у балах: 176;178;164;170;172. Знайти середнє значення цієї вибірки.

428. Вибірка, середнє значення якої дорівнює 8,4, складається із чисел 9; a; 12; 6; 2a. Знайдіть:

1) a; 2) медіану цієї вибірки.

429. Вибірка, середнє значення якої дорівнює 10,6, складається із чисел b; 7; 16; 3b; 10. Знайдіть:

2) b; 2) медіану цієї вибірки.

430. На телефонній станції спостерігають за кількістю неправильних з’єднань протягом хвилини. Результати спостережень систематизовано в таблицю.

Кількість неправильних з’єднань протягом хвилини, x	0	1	2	3	4
Кількість хвилин, n	4	10	11	12	3

Знайдіть для випадкової величини x:

1) середнє значення; 2) моду; 3) медіану.

431. На заводі спостерігають за кількістю бракованих деталей *x,* виготовлених робітником протягом зміни. Результати спостережень систематизовано в таблицю.

Кількість бракованих деталей протягом зміни, x	0	1	2	3
Кількість змін, n	4	5	7	4

Знайдіть для випадкової величини *x*:

1) середнє значення; 2) моду; 3) медіану.

432. Побудуйте полігон частот для значення випадкової величини *h* вибірки зросту школярів, наведених у таблиці:

Зріст (у см)	$150 \ll h < 155$	$155 \ll h < 160$	$160 \ll h < 165$	$165 \ll h < 170$	$170 \ll h < 175$	$175 \ll h < 180$
Частота	4	6	4	8	5	3

Частина ІІ
ГЕОМЕТРІЯ

Розділ 4. МНОГОГРАННИКИ

Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники

433. *(Усно.)* Наведіть приклади многогранників з навколишнього середовища. Які з них опуклі, а які – неопуклі?

434. *(Усно.)* наведіть приклади тіл з навколишнього середовища, що мають форму призми.

435. Укажіть грані, ребра та вершини многогранника, зображеного на малюнку 23.

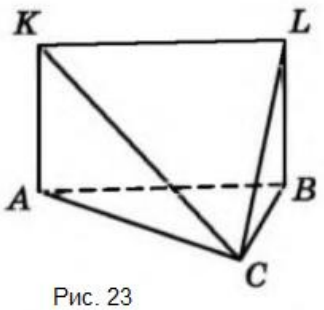


Рис. 23

436. Укажіть грані, ребра та вершини многогранника, зображеного на малюнку 24.

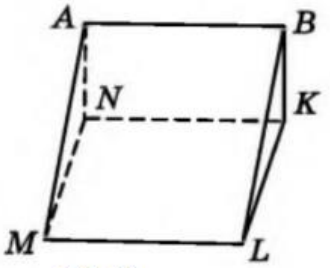


Рис. 24

437. Яку мінімальну кількість ребер може мати многогранник?

438. Скільки ребер і граней у чотирикутній призмі?

439. Скільки ребер і граней у п’ятикутній призмі?

440. Скільки вершин, ребер, граней має:
1) тетраедр; 2) куб?

441. Які із зображених на рис. 25 тіл є многогранниками?

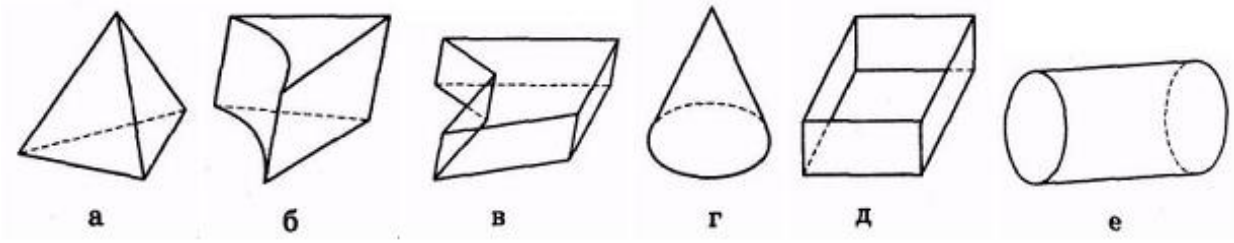


Рис. 25

442. Які із фігур, зображених на рис. 26, є геометричними тілами?

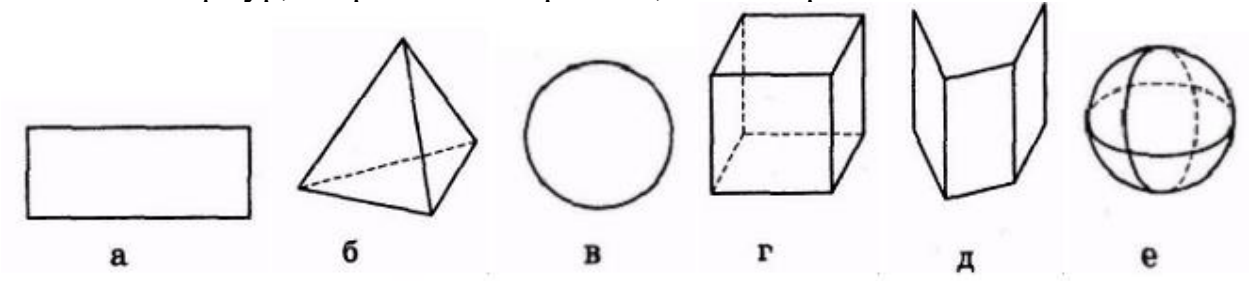


Рис. 26

443. Побудувати многогранник, який має 4 грані. Скільки ребер і скільки вершин він має?

444. Якщо поверхню многогранника розрізати по кількох його ребрах і розкласти на площині, то дістанемо розгортку даного многогранника. На рис. 27 подані деякі розгортки куба. Побудувати розгортку куба, відмінну від поданих.

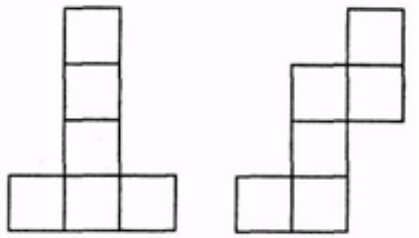
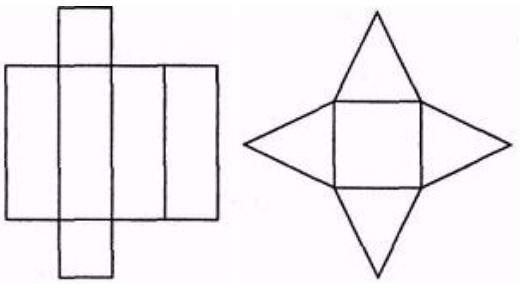


Рис. 27

445. На рис. 28 зображено розгортки многогранників. Визначити, скільки у цих многогранників вершин, граней, ребер.

446. На рис. 29, 30 зображено розгортки деяких многогранників Скільки в цих многогранниках:
1) вершин; 2) ребер; 3) граней.



а б

Рис. 28

447. Побудувати многогранник, який має:
1) 8 ребер; 2) 9 ребер; 3) 11 ребер.

448. Побудувати многогранник, який має 5 граней і 5 вершин. Скільки ребер він має?

449. Побудувати многогранник, який має 5 граней і 6 вершин. Скільки ребер він має?

450. Визначте, скільки сторін має многокутник, що лежить в основі призми, якщо в цієї призми 11 граней?



Рис. 29

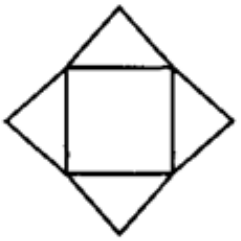


Рис. 30

451. Призма має 9 граней. Скільки сторін має многокутник, що лежить в основі призми?

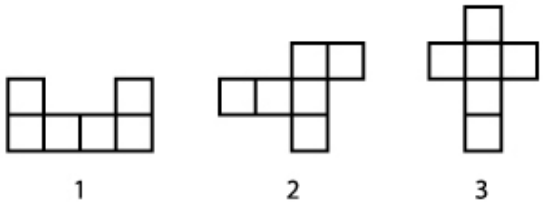
452. Який многокутник лежить в основі призми, якщо вона має 12 ребер?

453. Який многокутник лежить в основі призми, якщо вона має 18 ребер?

Завдання ЗНО

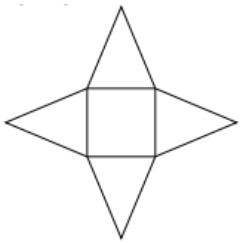
454. На рисунку зображено три фігури з номерами 1, 2, 3. Серед цих фігур укажіть розгортки куба.(2011.п)

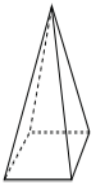
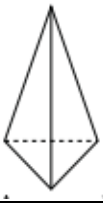
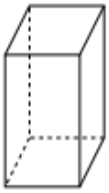
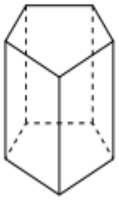
А лише фігура 3
Б лише фігури 1 і 2 **В** лише фігури 1 і 3
Г лише фігури 2 і 3 **Д** фігури 1, 2 і 3



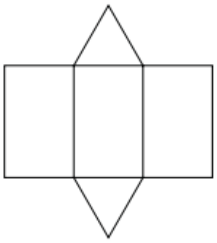
1 2 3

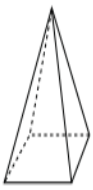
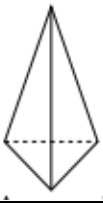
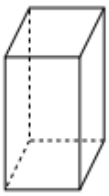
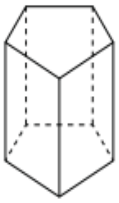
455. Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?(2019.д)



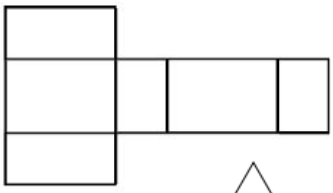
А	Б	В	Г	Д
				

456. Розгортку якого з наведених многогранників зображено на рисунку?(2019.о)



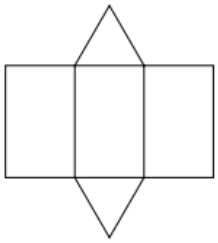
А	Б	В	Г	Д
				

457. На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його ребер. (2010.о2)



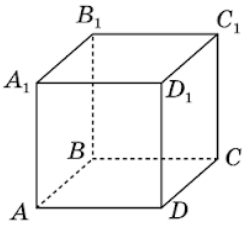
А	Б	В	Г	Д
6	8	12	16	19

458. На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин. (2010.о1)



А	Б	В	Г	Д
10	9	8	6	5

459. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Перерізом куба площиною, що проходить через точки A, C, C_1, є (2010.о1)



А прямокутний трикутник

Б рівносторонній трикутник

В прямокутник **Г** ромб **Д** трапеція

Правильні многогранники

460. Знайдіть площу повної поверхні октаедра, якщо площа однієї грані дорівнює 2 дм^2.

461. Знайдіть площу повної поверхні куба, якщо площа однієї грані дорівнює 9 см^2.

462. Знайдіть площу повної поверхні куба, якщо його ребро дорівнює 2 см.

463. Знайдіть площу повної поверхні правильного тетраедра, ребро якого дорівнює 4 см.

464. Знайдіть діагональ куба, ребро якого дорівнює 1 дм.

465. Знайдіть площу грані куба, якщо діагональ цієї грані дорівнює 6 см.

466. Площа повної поверхні октаедра дорівнює $8\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть довжину ребра октаедра.

467. Площа повної поверхні ікосаедра дорівнює $80\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть довжину ребра ікосаедра.

468. Діагональ куба дорівнює 3 см. Знайти:

1) ребро цього куба; 2) повну поверхню цього куба.

469. Ребро куба дорівнює 4 см. Знайти:

1) діагональ куба; 2) площу діагонального перерізу.

470. Діагональ грані куба дорівнює 4 $\sqrt{2}$ см. Чому дорівнює:

1) ребро куба; 2) повна поверхня куба?

471. Площа повної поверхні додекаедра дорівнює 360 м^2. Знайти площу однієї грані.

472. Площа однієї грані октаедра дорівнює 20 см^2. Знайти площу повної поверхні октаедра.

473. Ребро куба дорівнює 8 см. Площа повної поверхні додекаедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть площу однієї грані додекаедра.

474. Площа однієї грані додекаедра дорівнює 8 дм^2. Площа повної поверхні додекаедра дорівнює площі повної поверхні куба. Знайдіть довжину ребра куба.

475. Знайдіть суму всіх плоских кутів при всіх вершинах ікосаедра.

476. Знайдіть суму всіх плоских кутів при всіх вершинах октаедра.

477. *PABC* – правильний тетраедр, точка *O* – центр грані *ABC*, точки A_1, B_1, C_1 – середини ребер *PA, PB* і *PC* відповідно. Доведіть, що $PA_1B_1C_1$ також правильний тетраедр.

478. У кубі $ABCDA_1B_lC_1D_1$ центр верхньої основи точка *P* сполучена з вершинами *A, B, C* і *D*. Доведіть, що *PABCD* – правильна піраміда.

479. Знайти площу поверхні правильного:

1)тетраедра; 2) гексаедра; 3) октаедра;

4) ікосаедра, якщо його ребро дорівнює *a*.

480. Ребро октаедра дорівнює *a*. Знайдіть відстань між протилежними вершинами октаедра.

481. Висота правильного тетраедра дорівнює 4. Знайдіть ребро правильного тетраедра.

482. Знайдіть двогранні кути правильного тетраедра.

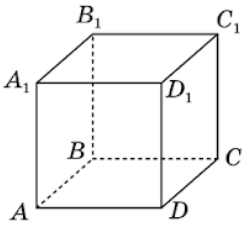
483. Знайдіть кути, що утворюють бічні ребра правильного тетраедра із площиною основи.

Завдання ЗНО

484. Сума довжин усіх ребер куба дорівнює 72 см. Визначте довжину одного ребра цього куба.(2020.о)

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	18 см

485. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 1 см. Обчисліть відстань від точки А до прямої B_1C_1.(2014.п)



А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	$\sqrt{2}$ см	3 см	1,5 см

486. Площа однієї грані куба дорівнює 12 см^2. Визначте довжину діагоналі куба.(2018.п)

А	Б	В	Г	Д
6 см	$3\sqrt{3}$ см	$2\sqrt{6}$ см	$3\sqrt{2}$ см	8 см

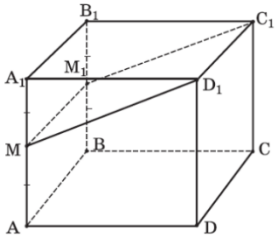
487. Знайдіть довжину ребра куба, площа поверхні якого дорівнює 96 см^2 . (2010.п2)

А	Б	В	Г	Д
2 см	3 см	4 см	6 см	8 см

488. 1148. Знайдіть площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $2\sqrt{3}$ см. (2013.о1)

А	Б	В	Г	Д
8 см^2	16 см^2	20 см	24 см	$36\sqrt{2}$ см

489. В кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 10, через точку М ($M \in AA_1$ і $AM = MA_1$) та ребро C_1D_1 проведено переріз. Знайти площу перерізу.(2009.п)



А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{3}$	50	$50\sqrt{5}$	75	100

Призма. Пряма і правильна призми

490. Чи може у призми бути така кількість ребер:

1) 15; 2) 16; 3) 2012?

491. Чи правильне твердження: «У кожної призми кількість ребер кратна трьом»?

492. У n - кутної призми кількість ребер дорівнює 57. Знайти n.

493. Скільки граней має n-кутна призма? Чи може призма мати 101 грань?

494. Скільки ребер має n-кутна призма? Чи може призма мати 101 ребро?

495. Скільки вершин має n-кутна призма? Чи може призма мати 101 вершину?

496. Призма має 20 граней. Який многокутник лежить в ЇЇ основі?

497. Назвіть предмети побуту, які мають форму призми.

498. Скільки діагоналей можна провести в чотирикутній; п'ятикутній; n-кутній призмі?

499. Чи існує призма, яка не має діагоналей?

500. Призма має 12 граней. Який многокутник лежить в її основі?

501. Чи правильне твердження: «У прямої призми бічне ребро перпендикулярне до кожної діагоналі основи»?

502. Чи правильне твердження: «Якщо у призми всі бічні грані квадрати, то вона є правильною»?

503. У призмі площа основи дорівнює 5 см^2, а площа бічної поверхні – 12 см^2. Знайдіть площу повної поверхні призми.

504. У призмі площа бічної поверхні дорівнює 10 см^2, а площа основи – 4 см^2. Знайдіть площу повної поверхні призми.

505. У трикутній призмі площа основи дорівнює 6 см^2, а площі бічних граней – 9 см^2, 12 см^2 і 15 см^2. Знайдіть площу повної поверхні призми.

506. У чотирикутній призмі площа основи дорівнює 16 см^2, а площа кожної з бічних граней – 8 см^2. Знайдіть площу повної поверхні призми.

507. В цирку використовують тумбу для тварин, що має форму правильної трикутної призми, сторона основи якої дорівнює 60 см, а висота – 50 см. Потрібно пофарбувати бічну поверхню цієї призми. Скільки фарби буде використано, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби?

508. Одним з елементів дитячого майданчика є правильна шестикутна призма, сторона основи якої дорівнює 50 см, а висота – 40 см. Потрібно пофарбувати бічну поверхню цієї призми. Скільки фарби буде використано, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби?

509. У правильній трикутній призмі сторона основи дорівнює 4 см, а діагональ бічної грані – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

510. В основі прямої призми лежить:

1) рівнобедрений трикутник ABC, $AB = BC$, $\angle A = 70°$ (рис. 31);
2) рівнобічна трапеція $ABCD$, $AB = CD$, $\angle A = 60°$ (рис. 32).
3) Знайти величини двогранних кутів при бічних ребрах цих призм.

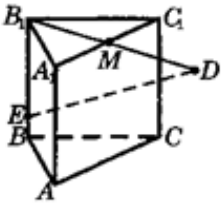


Рис. 31

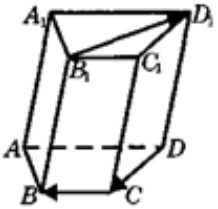


Рис. 32

511. Основою прямої призми є прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо її висота дорівнює 5 см.

512. Основою прямої призми є прямокутний трикутник зі сторонами 6 см і 5 см. Знайдіть висоту призми, якщо площа її повної поверхні дорівнює 126 см^2.

513. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 5 см, а площа повної поверхні призми дорівнює 250 см^2. Знайдіть висоту призми.

514. Бічне ребро похилої призми дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 30^0. Знайдіть висоту призми.

515. Висота похилої призми дорівнює $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть бічне ребро призми, якщо воно утворює з площиною основи кут 60^0.

516. У правильній чотирикутній призмі сторона основи дорівнює 6 см, а бічне ребро – 3 см. Знайдіть площу діагонального перерізу цієї призми.

517. Три грані призми — квадрати зі стороною 2 см, а дві інші — трикутники. Накреслити цю призму та її розгортку. Знайти площу поверхні призми.

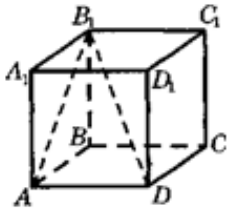


Рис. 33

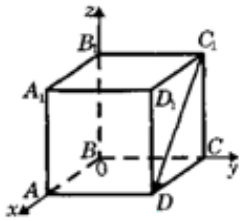


Рис. 34

518. У правильній чотирикутній призмі (рис. 33) $DB_1 = 10$, $AB_1 = 8$. Знайти периметр основи $ABCD$.

519. Сторона основи правильної чотирикутної призми (рис. 34) дорівнює 3, а висота — 4. Знайти координати вектора C_1D та його довжину.

520. Мале підприємництво випускає подарункові коробки у вигляді призми, основою якої є ромб з діагоналями 24 см і 10 см. Площа повної поверхні призми дорівнює 760 см^2. Знайдіть висоту цієї коробки.

521. Для зберігання картоплі потрібно виготовити короб із кришкою у формі призми заввишки 0,7 м. основою призми є рівнобічна трапеція з основами 0,4 м, 0,6 м і бічною стороною 0,5 м. Скільки фанери знадобиться для виготовлення короба? Відповідь округліть до десятих квадратних метрів.

522. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз,

який утворює кут 45^0, з площиною основи і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.

523. Основою прямої призми є прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см. Повна поверхня призми дорівнює 36 см^2. Знайти:

1) площу бічної поверхні; 2) довжину бічного ребра.

524. Основа прямої призми — прямокутний трикутник з катетами 3 і 4 см, висота призми - 5 см. Знайти площу повної поверхні призми

525. Знайти бічну і повну поверхні правильної трикутної призми, сторона якої дорівнює 2 см, а бічне ребро — 3 см.

526. В основі прямої призми лежить рівносторонній трикутник зі стороною 2 дм. Через сторону цього трикутника проведено переріз, що утворює з площиною основи кут 60^0 і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.

527. В основі прямої призми лежить ромб з гострим кутом 60^0 і площею $8\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми, якщо діагональ бічної грані нахилена до площини основи під кутом 60^0.

528. У правильній чотирикутній призмі діагональ основи дорівнює $4\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми, якщо діагональ призми утворює з площиною основи кут 45^0.

529. В основі прямої призми лежить прямокутник, сторони якого відносяться як 1 : 2. Площа бічної поверхні призми дорівнює 90 см^2, а повної поверхні – 126 см^2. Знайдіть висоту призми.

530. Основа прямої призми – ромб з гострим кутом 30^0. Площа повної поверхні призми дорівнює 33 см^2, а площа її бічної поверхні – 24 см^2. Знайдіть висоту призми.

531. В основі похилої призми лежить рівносторонній трикутник зі стороною $8\sqrt{3}$ см. Одна з вершин верхньої основи призми проектується в центр нижньої основи. Знайдіть висоту призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.

532. В основі похилої призми лежить квадрат зі стороною 10 см. Одна з вершин верхньої основи призми проектується в середину сторони нижньої основи. Знайдіть довжину бічного ребра призми, якщо її висота дорівнює 12 см.

533. У похилій трикутній призмі відстані між бічними ребрами дорівнюють 5, 12, 9 см. Знайти бічне ребро призми, якщо бічна поверхня її дорівнює 260 см^2.

534. У правильній шестикутній призмі найбільша діагональ дорівнює $4\sqrt{3}$ см і нахилена до основи під кутом 60°. Знайти площу повної поверхні призми.

535. У похилій трикутній призмі дві бічні грані взаємно перпендикулярні, а

їх спільне ребро дорівнює 10 см і знаходиться від інших бічних ребер на відстанях 5 і 12 см. Знайти площу бічної поверхні призми.

536. В основі прямої призми лежить рівнобічна трапеція, основи якої дорівнюють 41 см і 9 см, а бічна сторона – 20 см. Знайдіть площу повної поверхні призми, якщо її бічне ребро дорівнює висоті основи.

537. В основі прямої призми лежить прямокутна трапеція з меншою основою 5 см та бічними сторонами 12 см і 20 см. Знайдіть площу повної поверхні призми, якщо її бічне ребро дорівнює меншій діагоналі основи.

538. Знайдіть відношення площі найменшого діагонального перерізу правильної шестикутної призми до площі його найбільшого діагонального перерізу.

539. В основі прямої призми лежить ромб з кутом 60^0. Знайдіть відношення площі більшого діагонального перерізу призми до площі меншого діагонального перерізу цієї призми.

540. Основою прямої призми є ромб, площа якого дорівнює Q, а менша діагональ – d. Більша діагональ призми нахилена до площини основи під кутом β. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

541. Площа основи правильної трикутної призми дорівнює $S\sqrt{3}$, а діагональ бічної грані утворює з основою кут α. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

542. Діагоналі правильної шестикутної призми дорівнюють 17 см і 15 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.

543. У похилій трикутній призмі дві бічні грані взаємно перпендикулярні. Їх спільне бічне ребро знаходиться на відстані 3 см і 4 см від двох інших бічних ребер. Знайдіть довжину бічного ребра призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює 120 $см^2$.

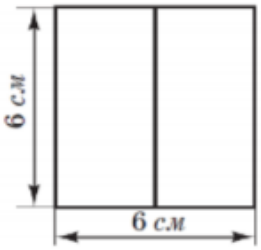
544. Ребро похилої призми трикутної призми дорівнює 8 см. Дві бічні грані призми взаємно перпендикулярні, а їх спільне бічне ребро знаходиться на відстані 5 см і 12 см від двох інших бічних ребер. Знайдіть площу бічної поверхні призми.

Завдання ЗНО

545. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 3 см, а периметр її бічної грані — 22 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї призми.(2013.о2)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
66 $см^2$	72 $см^2$	96 $см^2$	114 $см^2$	264 $см^2$

546. На рисунку зображено фрагмент розгортки правильної чотирикутної призми, утворений з двох її сусідніх граней. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть площу повної поверхні цієї призми. (2016.д)



А	Б	В	Г	Д
54 см^2	72 см^2	81 см^2	90 см^2	144 см^2

547. Діагональним перерізом правильної чотирикутної призми є прямокутник, площа якого дорівнює 40 см^2. Периметр основи призми дорівнює $20\sqrt{2}$ см. Визначте висоту призми. (2011.о)

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{2}$см	$2\sqrt{2}$см	4 см	1 см	2 см

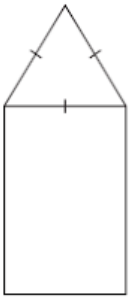
548. Основою прямої чотирикутної призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є прямокутник зі сторонами 4 см і $4\sqrt{3}$см. Площина, що проходить через вершини A, B_1 і C призми, утворює з площиною її основи кут 60^o. Визначте висоту призми (у см). (2015.о)

549. Основою прямої призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є прямокутник ABCD, у якому діагональ AC=a, $\angle BAC=\beta$. Площина, що проходить через вершину верхньої основи та діагональ нижньої основи призми, утворює з площиною основи гострий кут α. Визначте об'єм заданої призми. (2017.д)

550. Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює a, діагональ бічної грані — d. Укажіть формулу для обчислення площі $S_б$ бічної поверхні цієї призми. (2016.п)

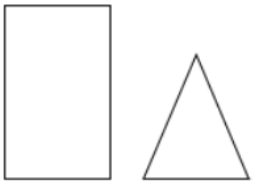
А	Б	В	Г	Д
$S_б=3a\cdot\sqrt{d^2-a^2}$	$S_б=3a\cdot\sqrt{d^2+a^2}$	$S_б=3ad$	$S_б=a\cdot\sqrt{a^2-d^2}$	$S_б=a(d^2+a^2)$

551. На рисунку зображено прямокутник і трикутник, що є гранями правильної трикутної призми. Периметр цього прямокутника дорівнює 38 см. Визначте площу основи цієї призми, якщо довжина висоти призми дорівнює 11 см.(2020.о)



А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3}$ см^2	$32\sqrt{3}$ см^2	24 см^2	64 см^2	$24\sqrt{3}$ см^2

552. На рисунку зображено прямокутник і рівнобедрений трикутник, які є гранями прямої призми. Довжини основи та бічної сторони трикутника дорівнюють 10 см і 13 см відповідно. Визначте площу повної поверхні призми, якщо площа її найбільшої бічної грані дорівнює 260 см^2. (2020.д)



А	Б	В	Г	Д
520 см^2	720 см^2	780 см^2	840 см^2	960 см^2

553. Обчисліть об'єм правильної трикутної призми, бічні грані якої є квадратами, а площа основи дорівнює $9\sqrt{3}$см^2.(2018.д)

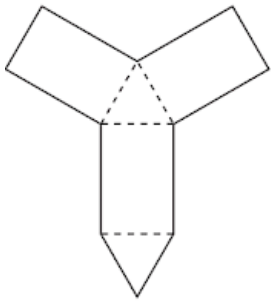
А	Б	В	Г	Д

$54\sqrt{3}$см^3	$27\sqrt{3}$см^3	27 см^3	$\frac{27}{2}\sqrt{3}$ см^3	$162\sqrt{3}$см^3

554. Визначте об'єм правильної трикутної призми, бічні грані якої є квадратами, а периметр основи дорівнює 12. (2016.о)

А	Б	В	Г	Д
$16\sqrt{3}$	64	48	$64\sqrt{3}$	576

555. На рисунку зображено розгортку правильної трикутної призми. Визначте площу бічної поверхні цієї призми, якщо периметр розгортки (суцільна лінія) дорівнює 52 см, а периметр основи призми становить 12 см. (2018.о)



А	Б	В	Г	Д
36 см^2	48 см^2	60 см^2	72 см^2	96 см^2

556. Периметр основи правильної трикутної призми дорівнює 12 см, а периметр її бічної грані — 20 см. Визначте площу бічної поверхні призми. (2019.д)

А	Б	В	Г	Д
24 см^2	60 см^2	72 см^2	84 см^2	96 см^2

557. Периметр бічної грані правильної трикутної призми дорівнює 20 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо сторона її основи дорівнює 4 см. (2010.п1)

А	Б	В	Г	Д
96 см^2	80 см^2	72 см^2	32 см^2	24 см^2

558. Основою прямої призми є трикутник, довжини сторін якого відносяться як 2:3:4. Обчисліть площу бічної поверхні цієї призми, якщо площа найменшої бічної грані дорівнює 12 см^2. (2014.д)

А	Б	В	Г	Д
42 см^2	54 см^2	60 см^2	84 см^2	108 см^2

559. Периметр основи правильної трикутної призми дорівнює 12 см. Визначте площу бічної поверхні цієї призми, якщо її висота дорівнює 6 см. (2015.п1)

А	Б	В	Г	Д
96 см^2	80 см^2	72 см^2	32 см^2	24 см^2

560. Основою прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ є рівнобедрений трикутник ABC, де AB=BC=25 см, AC=30 см. Через бічне ребро AA_1 призми проведено площину, перпендикулярну до ребра BC. Визначте об'єм призми (у см^3), якщо площа утвореного перерізу дорівнює 72 см^2. (2012.о2)

561. Основою правильної призми $ABCA_1B_1C_1$ є рівносторонній трикутник ABC. Точка K- середина ребра BC. Площина, що проходить через точки A, K та B_1, утворює з площиною основи призми кут α. Визначте об'єм призми $ABCA_1B_1C_1$, якщо відстань від вершини A до грані BB_1CC_1 дорівнює d. (2017.о)

562. Задано правильну трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, основою якої є трикутник ABC. Висота призми дорівнює H, діагональ бічної грані нахилена до площини основи під кутом α. Через висоту BK трикутника ABC та вершину C_1 проведено площину γ.

1. Побудуйте переріз призми $ABCA_1B_1C_1$ площиною γ.
2. Визначте вид перерізу й обґрунтуйте свій висновок.
3. Визначте площу перерізу. (2020.п)

563. Основою прямої призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є рівнобічна трапеція ABCD. Основа AD трапеції дорівнює висоті трапеції і в шість разів більша за основу BC. Через бічне ребро CC_1 призми проведено площину паралельно ребру AB. Знайдіть площу утвореного перерізу (у $см^2$), якщо об'єм призми дорівнює 672 $см^2$, а її висота — 8 см. (2012.о1)

564. Основою прямої призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є ромб ABCD, у якому більша діагональ AC=17 см. Об'єм призми дорівнює 1020 $см^3$. Через діагональ AC та вершину B_1 тупого кута верхньої основи призми проведено площину, яка утворює з площиною основи призми кут α. Знайдіть площу утвореного перерізу призми (у $см^2$), якщо $tg\alpha = 2{,}4$. (2013.п)

565. Основою прямої призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ є ромб ABCD, у якому гострий кут A дорівнює α. Площина γ, що проходить через одну з вершин верхньої основи та меншу діагональ нижньої основи призми, утворює з площиною основи гострий кут β. Висота призми дорівнює h.

1. Побудуйте переріз заданої призми площиною γ.
2. Визначте площу цього перерізу.(2018.п)

Паралелепіпед. Прямокутний паралелепіпед

566. Назвати будь-який предмет побуту, що має форму:

1) прямокутного паралелепіпеда;
2) прямого паралелепіпеда;
3) похилого паралелепіпеда.

Предмет якої з цих форм трапляється найчастіше? Якої - най рідше?

567. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, в основі якої лежить чотирикутник, усі сторони якого відповідно дорівнюють:

1) 3 см, 7 см, 3 см і 6 см; 2) 2 см, 5 см, 2 см і 5 см?

568. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, в основі якої лежить чотирикутник, усі сторони якого відповідно дорівнюють:

1) 7 см, 5 см, 7 см і 5 см; 2) 3 см, 4 см, 3 см і 5 см?

569. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, в основі якої лежить чотирикутник, усі кути якого відповідно дорівнюють:

1) 20^0, 160^0, 20^0 і 160^0; 2) 160^0, 80^0, 90^0 і 90^0.

570. Чи є паралелепіпедом чотирикутна призма, в основі якої лежить чотирикутник, усі кути якого відповідно дорівнюють:

1) 70^0, 110^0, 80^0 і 100^0; 2) 130^0, 50^0, 130^0 і 50^0.

571. На заводі випускають набори кубиків. До набору входить по 10 кубиків червоного, зеленого, синього і жовтого кольорів. Скільки пластмаси кожного кольору знадобиться для одного набору, якщо ребро кубика дорівнює 8 см?

572. Відома в усьому світі іграшка кубик Рубик має ребро завдовжки 5,5 см. Знайдіть площу поверхні кубика Рубика.

573. Знайти третій вимір прямокутного паралелепіпеда, якщо два його виміри дорівнюють 6 і 7 см, а діагональ паралелепіпеда дорівнює 11 см.

574. У прямому паралелепіпеді (рис. 35) $AB = AD = 3$, $\angle BAD = 60°$, $B_1D = 5$. Знайти AA_1.

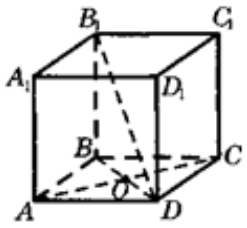


Рис. 35

575. У прямокутному паралелепіпеді (рис. 35) знайти B_1D, якщо $\angle AOB = 60°$, $AB = 4$; $BB_1 = 6$.

576. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 2 см і 6 см, а діагональ 7 см. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

577. Сторона основи прямокутного паралелепіпеда і його висота дорівнюють по 2 дм, а діагональ – 3 дм. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

578. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 5 см і 12 см, а висота – 10 см. Знайдіть площу:

1) діагонального перерізу паралелепіпеда;
2) повної поверхні паралелепіпеда.

579. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 8 см і 15 см, а висота – 10 см. Знайдіть площу:

1) діагонального перерізу паралелепіпеда;
2) повної поверхні паралелепіпеда.

580. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 3 см і 5 см та тупим кутом 120^0. Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо до площини основи під кутом 45^0.

581. Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною $4\sqrt{3}$см і гострим кутом 60^0. Менша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом $30^{0.}$ Знайдіть висоту паралелепіпеда.

582. Знайдіть виміри прямокутного паралелепіпеда, якщо вони відносяться як 2 :3 :4, а сума всіх його ребер дорівнює 72 см.

583. Знайдіть виміри прямокутного паралелепіпеда, якщо сума всіх його ребер дорівнює 96 см, а виміри відповідно відносяться як 1 : 3 : 4.

584. Площа діагонального перерізу прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 $см^2$, а бічне ребро – 3 см. Знайдіть довжину діагоналі паралелепіпеда.

585. Площа діагонального перерізу прямокутного паралелепіпеда дорівнює 60 $см^2$, а діагональ основи – 12см. Знайдіть довжину діагоналі паралелепіпеда.

586. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 5 см і 8 см. Повна поверхня паралелепіпеда дорівнює 158 см^2. Знайдіть:

1) площу бічної поверхні паралелепіпеда;
2) висоту паралелепіпеда.

587. Основою прямокутного паралелепіпеда є квадрат зі стороною 4 см. Площа повної поверхні паралелепіпеда дорівнює 112 см^2. Знайдіть:

1) площу бічної поверхні паралелепіпеда;
2) висоту паралелепіпеда.

588. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат. Діагональ паралелепіпеда дорівнює $2\sqrt{6}$ см, а діагональ бічної грані - $2\sqrt{5}$ см. Знайдіть:

1) сторону основи паралелепіпеда;
2) висоту паралелепіпеда;
3) площу бічної поверхні паралелепіпеда;
4) площу повної поверхні паралелепіпеда;
5) площу діагонального перерізу.

589. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат. Діагональ бічної грані паралелепіпеда дорівнює 8 см, а діагональ паралелепіпеда – 10 см. Знайдіть:

1) сторону основи паралелепіпеда;
2) висоту паралелепіпеда;
3) площу бічної поверхні паралелепіпеда;
4) площу повної поверхні паралелепіпеда;
5) площу діагонального перерізу.

590. Знайдіть площу повної поверхні прямокутного паралелепіпеда, якщо його діагональ більша за лінійні виміри на 5 см, 4 см і 1 см.

591. Діагональ прямокутного паралелепіпеда більша за сторони основи на 1 см і 9 см, а висота паралелепіпеда дорівнює 3 см. Знайдіть площу повної поверхні паралелепіпеда.

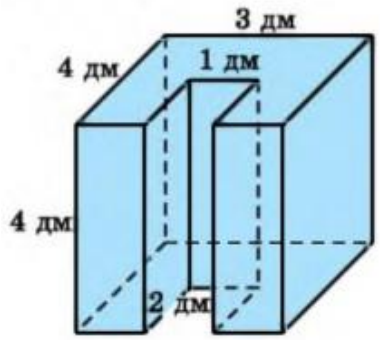
552. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 8 см, а тупий кут 120^0. Площа меншого з діагональних перерізів паралелепіпеда дорівнюють 70 см^2. Знайдіть площу:

1) більшого діагонального перерізу паралелепіпеда;
2) бічної поверхні паралелепіпеда.

553. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом 60^0 і стороною 4 см. Площа більшого з діагональних перерізів паралелепіпеда дорівнює $20\sqrt{3}$ см^2. Знайдіть площу:

1) меншого діагонального перерізу паралелепіпеда;
2) бічної поверхні паралелепіпеда.

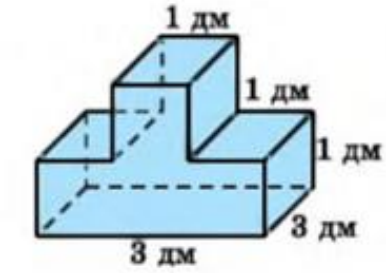
554. Деталь, зображену на малюнку 36, треба пофарбувати (усі двогранні кути деталі – прямі). Скільки для цього потрібно фарби, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3 г фарби?



Мал. 36

555. Деталь, зображену на малюнку 37, треба пофарбувати (усі двогранні кути деталі – прямі). Скільки для цього потрібно фарби, якщо на 1 дм^2 поверхні витрачають 3,5 г фарби?

556. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом 60^0 і меншою діагоналлю 6 см. Більша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 30^0. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.



Мал. 37

557. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 5 см, а кут між ними 120^0. Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює більшій діагоналі основи. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

558. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, одна з діагоналей якого дорівнює його стороні. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює $5\sqrt{3}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо площа його повної поверхні дорівнює $96\sqrt{3}$ см^2.

559. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом 30^0. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює 5 см, а площа повної поверхні паралелепіпеда – 156 см^2. Знайдіть площу бічної поверхні паралелепіпеда.

560. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм з гострим кутом 30^0 і площею 10 см^2. Площі бічних граней паралелепіпеда дорівнюють 35 см^2 і 28 см^2. Знайдіть висоту паралелепіпеда.

561. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, площа якого 12 см^2. Площі діагональних перерізів паралелепіпеда дорівнюють 20 см^2 і 30 см^2. Знайдіть висоту паралелепіпеда.

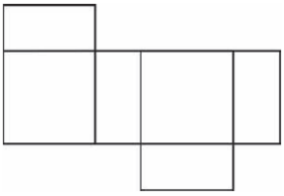
562. Основою похилого паралелепіпеда є ромб з гострим кутом 60^0. Бічне ребро, що виходить з вершини цього кута, утворює зі сторонами кута кути по 45^0. Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює $3\sqrt{3}$ см.

563. Основою похилого паралелепіпеда є квадрат, а бічне ребро утворює зі сторонами основи рівні кути по 60^0. Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 4 см.

564. Діагоналі граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 5 см, 6 см і 7 см. Знайдіть довжину діагоналі паралелепіпеда.

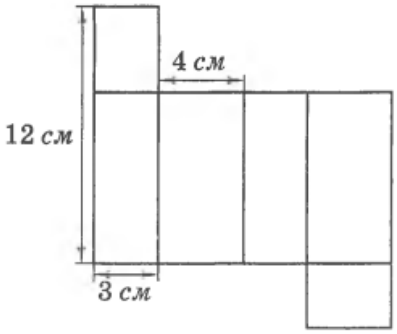
Завдання ЗНО

592. На рисунку зображено розгортку поверхні тіла, складеного з двох квадратів і чотирьох однакових прямокутників, довжина сторін яких — 3 см і 6 см. Визначте об'єм цього тіла. (2008.о)



А	Б	В	Г	Д
108 см^3	54 см^3	144 см^3	36 см^3	інша відповідь

593. 1140. На рисунку зображено розгортку прямокутного паралелепіпеда. Використовуючи зазначені на рисунку розміри, обчисліть об'єм цього паралелепіпеда.(2015.п2)



А	Б	В	Г	Д
96 см^3	108 см^3	128 см^3	136 см^3	144 см^3

594. Сума довжин усіх ребер прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї вершини, дорівнює 60 см. Визначте суму довжин усіх ребер цього паралелепіпеда. (2021. п).

А	Б	В	Г
360 см	240 см	180 см	120 см

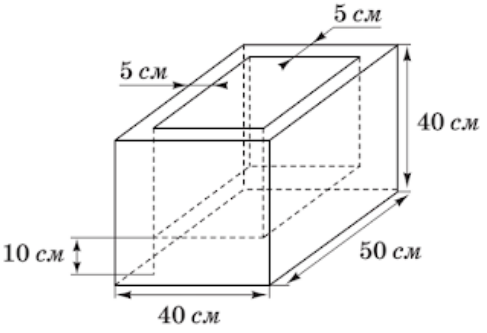
595. Сума довжин усіх бічних ребер прямокутного паралелепіпеда дорівнює 120 см. Визначте довжину його висоти.(2020.п)

А	Б	В	Г	Д
15 см	30 см	40 см	60 см	10 см

596. Знайдіть довжину діагоналі прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 2 см, 3 см, 4 см.(2010.п1)

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{29}$ см	9 см	$\sqrt{13}$ см	5 см	$2\sqrt{5}$ см

597. На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40 см, 40 см і 50 см (див. рисунок). Товщина кожної з чотирьох бічних стінок становить 5 см, а товщина днища — 10 см. Який об'єм бетону (у м^3) було використано для виготовлення 10 таких ємностей? Утратою бетону під час виготовлення знехтуйте.(2014.о)



А	Б	В	Г	Д
0,32 $м^3$	0,33 $м^3$	0,36 $м^3$	0,44 $м^3$	0,8 $м^3$

598. Дерев'яний брусок має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 см, 20 см, 80 см. Скільки лаку потрібно для того, щоб один раз покрити ним усю поверхню цього бруска, якщо на 1 $м^2$ витрачається 100 г лаку?(2010.о2)

А	Б	В	Г	Д
0,52 г	26 г	52 г	160 г	520 г

599. Цеглина має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 25 см,12 см, 6,5 см. Знайдіть масу цеглини. (Для знаходження маси цеглини скористайтеся формулою $m = \rho V$, де V— об'єм, $\rho = 1{,}8$ г/$см^3$ — густина цегли.)(2010.о1)

А	Б	В	Г	Д
5,31 кг	3,51 кг	3,5 кг	3,41 кг	3 кг

600. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати — 4 м, довжина — 5 м, висота — 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати СТІНИ і СТЕЛЮ цієї кімнати, якщо на 1 $м^2$ витрачається 0,25 кг фарби? (2009.о)

601. Прямокутний паралелепіпед з довжиною ребер 5 см, 7 см, і 9 см складено з кубиків з довжиною ребра 1 см. Скільки доведеться забрати кубиків, щоб вилучити весь зовнішній шар товщиною в один кубик? (2008.п)

602. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори із розрахунку: три одиниці на 50 $м^3$. Яку кількість одиниць радіаторів треба замовити, якщо новий будинок має форму прямокутного паралелепіпеда розміру 15 м×18 м×25 м? (2007.о)

603. У прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через сторону AD нижньої основи й середину ребра B_1C_1 проведено площину γ. Висота паралелепіпеда дорівнює 18, грань CC_1D_1D є квадратом. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут α.

1. Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною γ.
2. Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок.
3. Визначте площу перерізу. (2020.о)

604. У прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ через сторону AD нижньої основи й середину ребра CC_1 проведено площину γ. Грань CC_1D_1D є квадратом. Діагональ грані BB_1C_1C дорівнює 8 й утворює з площиною грані CC_1D_1D кут α.

1. Побудуйте переріз паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною γ.
2. Укажіть вид перерізу та обґрунтуйте свій висновок.
3. Визначте площу перерізу.(2020.д)

Піраміда. Зрізана піраміда

565. Накресліть п’ятикутну піраміду *QABCDM* з вершиною в точці *Q*. Укажіть її основу, бічні грані, бічні ребра.

566. Скільки граней і скільки ребер має семикутна піраміда?

567. Скільки граней і скільки ребер має шестикутна піраміда?

568. У піраміди 108 ребер. Який многокутник лежити в її основі?

569. Скільки вершин, ребер, граней, плоских кутів має:

1) трикутна піраміда; 2) чотирикутна піраміда, 3) *n*-кутна піраміда?

570. Чому дорівнює сума всіх плоских кутів:

1) трикутної піраміди; 2) чотирикутної піраміди?

571. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з кутом 30° і протилежним йому катетом, що дорівнює 30 см. Бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 60°. Знайти висоту піраміди.

572. Знайдіть площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, якщо площа однієї бічної грані піраміди дорівнює 15 $см^2$.

573. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, якщо площа однієї бічної грані піраміди дорівнює 20 $см^2$.

574. Периметр основи правильної піраміди дорівнює 10 см, а апофема – 3 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

575. Апофема правильної піраміди дорівнює 5 см, а периметр основи – 20 см. Знайдіть площу бічної поверхні цієї піраміди.

576. Площа повної поверхні піраміди дорівнює 250 $см^2$, а площа її бічної поверхні – 200 $см^2$. Знайдіть площу основи піраміди.

577. Площа основи піраміди дорівнює 16 $см^2$, а площа бічної поверхні – 30 $см^2$. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

578. Чи існує піраміда, в якої кількість ребер дорівнює:

1)16; 2)37; 3) 13; 4) 2025?

579. Сторона основи правильної восьмикутної піраміди дорівнює 5 см, а апофема – 8 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

580. Апофема правильної шестикутної піраміди дорівнює 7 см, а сторона основи – 4 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

581. Апофема правильної трикутної піраміди дорівнює 5 см, а сторона основи – 4 см. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

582. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 2 см, а апофема – 3 см. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

583. Намет являє собою правильну чотирикутну піраміду, усі вісім ребер якої дорівнюють по 2 м. Скільки квадратних метрів тканини потрібно для пошиття такого намету? (Відповідь округліть до десятих квадратних метрів.)

584. Піраміда Мефферта – іграшка, що являє собою тетраедр, усі ребра якого дорівнюють по 9 см. Обчисліть площу повної поверхні цієї іграшки. (Відповідь округліть до десятих квадратних сантиметрів.)



585. Знайдіть суму плоских кутів чотирикутної піраміди.

586. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 8 см, а висота – 5 см. Знайдіть площу перерізу піраміди, що проходить через її висоту і бічне ребро.

587. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює $3\sqrt{2}$ см, а висота – 8 см. Знайдіть площу діагонального перерізу цієї піраміди.

588. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть висоту піраміди та сторону її основи.

589. Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює $4\sqrt{3}$ см і утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть висоту піраміди та сторону її основи.

590. Основою піраміди є прямокутник зі сторонами 6 см і 8 см, а основою висоти піраміди є точка перетину діагоналей цього прямокутника.

1) Доведіть, що всі бічні ребра піраміди рівні між собою.
2) Знайдіть висоту піраміди, якщо її бічне ребро дорівнює 13 см.

591. Основою піраміди є ромб з діагоналями 32 см і 18 см, а основою висоти піраміди є точка перетину діагоналей ромба. Знайдіть бічні ребра піраміди, якщо її висота дорівнює 12 см.



592. Піраміда Хеопса у Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 300 м, а бічне ребро – 225 м. Знайдіть висоту піраміди Хеопса з точністю до десятих метра.

593. Піраміда Хефрена в Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 210,5 м, а висота – 136,4 м. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди Хефрена з точністю до десятих метра.

594. У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює $4\sqrt{3}$ см і утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть площу основи піраміди та її апофему.

595. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює $5\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть площу основи піраміди та її апофему.

596. У правильній чотирикутній піраміді бічні грані утворюють із площиною основи кути 30^0. Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо апофема піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

597. У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють із площиною основи кути 60^0. Знайдіть площу повної поверхні піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює 4 см.

598. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою 12 см. Знайти висоту піраміди, якщо всі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 30°.

599. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Бічні грані піраміди, що містять бічні сторони рівнобедреного трикутника, перпендикулярні до основи, а третя – нахилена до основи під кутом 60^0. Знайдіть висоту піраміди.

600. Основою піраміди є рівносторонній трикутник зі стороною 8 см. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до основи під кутом 30^0. Знайдіть висоту піраміди.

601. Кожна бічна грань чотирикутної піраміди, в основі якої лежить квадрат, нахилена до основи під кутом 60°. Площа основи піраміди 16 см^2. Знайти площу бічної поверхні піраміди.

602. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13, 20 і 21 см. Знайти висоту піраміди, якщо двогранні кути при основі дорівнюють по 30°.

603. Основою піраміди *SABC* є трикутник із сторонами АС =13 см, АВ =15 см, СВ = 14 см. Бічне ребро *SA* перпендикулярне до площини основи і дорівнює 9 см. Знайти площу повної поверхні піраміди.

604. У правильній трикутній піраміді площа бічної поверхні дорівнює 24 см^2, а плоский кут при вершині – 90^0. Знайдіть площу основи піраміди.

605. У правильній чотирикутній піраміді площа бічної поверхні дорівнює $24\sqrt{3}$ см^2, а плоский кут при вершині – 60^0. Знайдіть площу основи піраміди.

606. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13 см, 14 см і 15 см. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під одним і тим самим кутом. Знайдіть довжини бічних ребер піраміди, якщо її висота дорівнює 19,5 см.

607. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 4 см, 13 см і 15 см. Усі бічні ребра піраміди дорівнюють по $12\frac{1}{8}$ см. Знайдіть висоту піраміди.

608. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см. Усі бічні грані піраміди утворюють із площиною основи кути по 45^0. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

609. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 11 см, 25 см і 30 см. Висоти всіх бічних граней рівні між собою, а висота піраміди дорівнює 3 см. Знайдіть площу повної поверхні піраміди.

610. Знайти площу бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди, у якої сторона основи дорівнює 10 см, а бічне ребро — 13 см.

611. Знайти площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, у якої бічне ребро дорівнює 10 см, а апофема — 6 см.

612. Основою піраміди є ромб з діагоналями 40 см і 30 см. Висота всіх бічних граней піраміди дорівнюють по 13 см. Знайдіть довжину висоти піраміди.

613. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см. Бічна грань піраміди, що містить основу рівнобедреного трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені під кутом 45^0. Знайдіть висоту піраміди.

614. Основою піраміди є рівносторонній трикутник зі стороною 4 см. Одна з бічних граней піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені під кутом 60^0. Знайдіть висоту піраміди.

615. Знайдіть бічну поверхню правильної трикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 6 см, якщо площина, яка проходить через сторону основи і середину висоти піраміди, нахилена до площини основи під кутом 60^0.

616. У правильній трикутній піраміді сторона основи дорівнює 4 см, а плоский кут при вершині 60^0. Через одну зі сторін основи перпендикулярно до протилежного бічного ребра проведено переріз. Знайдіть площу цього перерізу.

617. У правильній чотирикутній піраміді кут нахилу бічного ребра до площини основи дорівнює 60^0. Знайдіть тангенс кута нахилу бічної грані до площини основи.

618. У правильній трикутній піраміді кут, що утворює бічна грань із площиною основи, дорівнює 45^0. Знайдіть тангенс кута, що утворює бічне ребро із площиною основи.

619. Площі основ зрізаної піраміди дорівнюють 9 $см^2$ і 25 $см^2$. Знайти площу перерізу, проведеного через середину висоти піраміди паралельно основам.

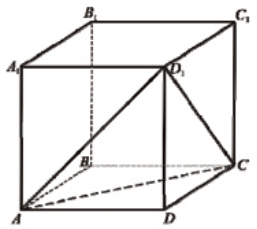
620. Через середину висоти зрізаної піраміди паралельно основам проведено переріз. Знайти площу перерізу, якщо площі основ дорівнюють Q_1 і Q_2.

Завдання ЗНО

621. Визначте кількість граней восьмикутної піраміди.(2015.п1)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
7	8	9	16	17

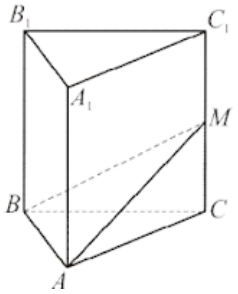
622. Скільки всього граней у піраміди, яка має 12 ребер? (2010.п2)



А	Б	В	Г	Д
4	6	7	12	13

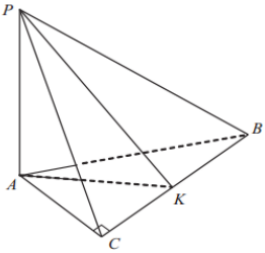
623. Об'єм куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює 216 см^3 (див. рисунок). Обчисліть об'єм піраміди D_1ACD (у см^3). (2009.о)

624. Об'єм прямої трикутної призми $BCA_1B_1C_1$ дорівнює 48 см^3. Точка M — середина ребра CC_1 (див. рисунок). Обчисліть об'єм піраміди MABC.(2010.п2)



А	Б	В	Г	Д
6 см^3	8 см^3	12 см^3	16 см^3	24 см^3

625. Визначте на рисунку лінійний кут двогранного кута з ребром BC, якщо у трикутнику ABC $\angle C = 90^0$ і $PA \perp (ABC)$. (2008.п)



А	Б	В	Г	Д
∠PCA	∠PKA	∠PBA	∠APK	інша відповідь

626. Визначте площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, довжина сторони основи якої дорівнює 10 см, а довжина бічного ребра — 13 см. (2017.д)

А	Б	В	Г	Д
180 см^2	$15\sqrt{69}$ см^2	$30\sqrt{69}$ см^2	360 см^2	390 см^2

627. У правильній трикутній піраміді *SABC* з основою *ABC* бічне ребро удвічі більше за сторону основи. Точки *K* і *L* є серединами ребер *AC* і *BC* відповідно. Через пряму *KL* паралельно до ребра *SC* проведено площину α. Знайдіть кут φ між площиною α і площиною (*ABC*). У відповідь запишіть значення $3cos^2\varphi$. (2008.о)

628. У правильній трикутній піраміді *SABC* через її висоту *SO* і бічне ребро *SB* проведено площину. Площа утвореного перерізу в 4 рази менша від площі повної поверхні піраміди. Знайдіть двогранний кут φ при основі піраміди. У відповідь запишіть значення 0,7 cos φ.(2009.п)

629. Основою піраміди є прямокутний трикутник, гіпотенуза якого дорівнює $4\sqrt{3}$ см, гострий кут — 30^0. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини її основи під кутом 45^0. Знайдіть об'єм піраміди (у см^3).(2010.о2)

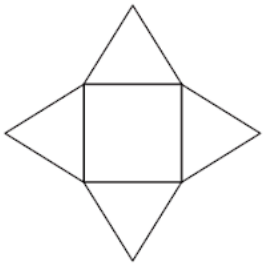
630. Основою піраміди *SABC* є гострокутний рівнобедрений трикутник *ABC*, *AB=BC* =18. Грані *SAC* і *SAB* перпендикулярні до площини основи піраміди, а ребро SB нахилене до неї під кутом 30^0. Визначте кут між площинами (*SBC*) і (*ABC*), якщо площа основи піраміди дорівнює 72. (2016.д)

631. *SABC* і $S_1A_1B_1C_1$ — правильні трикутні піраміди. Кожне ребро піраміди *SABC* вдвічі більше за відповідне ребро піраміди $S_1A_1B_1C_1$. Визначте площу

бічної поверхні піраміди *SABC*, якщо площа бічної грані $S_1A_1B_1$ дорівнює 8 см^2.(2018.п)

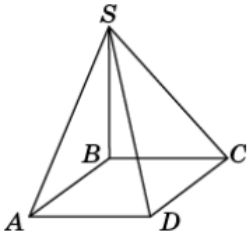
А	Б	В	Г	Д
16 см^2	24 см^2	48 см^2	64 см^2	96 см^2

632. На рисунку зображено розгортку піраміди, що складається з квадрата, сторона якого дорівнює 10 см, і чотирьох правильних трикутників. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди (у см^2).(2014.о)



А	Б	В	Г	Д
$100\sqrt{3}$	100	$400\sqrt{3}$	$100(1+\sqrt{3})$	200

633. З вершини *B* квадрата *ABCD* проведено перпендикуляр *SB* до площини цього квадрата (див. рисунок). Які з наведених тверджень є правильними?
I. $\angle SBA=90^0$. II. $\angle SAD=\angle SDA$. III. $\angle SAD=90^0$. (2014.д)



А	Б	В	Г	Д
лише I	лише I і II	лише I і III	лише III	I, II і III

634. Визначте довжину апофеми правильної чотирикутної піраміди, якщо площа її повної поверхні дорівнює 208 см^2, а довжина сторони основи – 8 см. (2021.д)

А	Б	В	Г	Д
13 см	12 см	9 см	8 см	6 см

635. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а об'єм — 64 см^3. Знайдіть висоту піраміди.(2012.п)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}$ см	4 см	8 см	12 см	16 см

636. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, усі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом 60^o. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди.(2019.о)

А	Б	В	Г	Д
72 см^2	$24\sqrt{3}$ см^2	$48\sqrt{3}$ см^2	$72\sqrt{3}$ см^2	144 см^2

637. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см. Обчисліть площу повної поверхні піраміди (у см^2), якщо кут між апофемою та висотою піраміди дорівнює 30^o.(2018.п)

638. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а сторона основи — 12 см. Знайдіть довжину бічного ребра піраміди. (2015.о)

А	Б	В	Г	Д
6 см	$3\sqrt{5}$ см	$5\sqrt{3}$ см	9 см	15 см

639. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює 15 см, а сторона основи - $9\sqrt{2}$ см. Визначте об’єм цієї піраміди (у см^3). (2020.д)

640. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 12 см, апофема — 13 см. Обчисліть об'єм (у $см^3$) цієї піраміди. (2020.о)

641. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$ і нахилена під кутом 60^0 до площини основи. Знайдіть об'єм піраміди.(2007.о)

642. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а її апофема — 5 см. Визначте косинус кута між площиною бічної грані піраміди і площиною основи.(2012.о1)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$

643. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, усі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом 60^o. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди. (2021. о1)

А	Б	В	Г	Д
72 $см^2$	$24\sqrt{3}$ $см^2$	$48\sqrt{3}$ $см^2$	$72\sqrt{3}$ $см^2$	144 $см^2$

644. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 24 см, апофема утворює з площиною основи піраміди кут 45^o. Визначте довжину сторони основи цієї піраміди.(2020.п)

А	Б	В	Г	Д
24	$16\sqrt{3}$	$24\sqrt{2}$	48	$48\sqrt{2}$

645. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а бічне ребро — 5 см. Визначте косинус кута між бічним ребром і площиною основи.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$

646. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює 10 см, її висота — 8 см. Знайдіть довжину сторони основи піраміди.(2013.п)

А	Б	В	Г	Д
12 см	$6\sqrt{3}$см	4 см	6 см	$6\sqrt{2}$см

647. Периметр основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 72 см. Визначте довжину висоти піраміди, якщо її апофема дорівнює 15 см.(2017.о)

А	Б	В	Г	Д
6 см	9 см	10 см	12 см	14 см

648. Площа основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 36 $см^2$. Визначте об'єм цієї піраміди, якщо її висота вдвічі більша за сторону основи. (2019.п)

А	Б	В	Г	Д
108 $см^3$	144 $см^3$	216 $см^3$	288 $см^3$	432 $см^3$

649. Усі бічні грані правильної чотирикутної піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60^o. Площа повної поверхні піраміди дорівнює $54\sqrt{6}$ $см^2$.

Обчисліть площу (у $см^2$) перерізу цієї піраміди площиною, що проходить через висоту піраміди й діагональ її основи.(2015.п2)

650. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* з точки *O*, яка є основою висоти *SO* до бічного ребра *SA* проведено перпендикуляр *OM* довжиною $3\sqrt{6}$. Двогранний кут при бічному ребрі піраміди дорівнює 120^0.

1. Доведіть, що пряма *SA* перпендикулярна до площини *BMD*.
2. Знайдіть об'єм піраміди *SABCD*.(2016.п)

651. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* через діагональ *BD* основи перпендикулярно до бічного ребра *SC* проведено площину γ. Ця площина утворює з площиною основи піраміди кут α. Висота піраміди дорівнює *H*.

1. Побудуйте переріз піраміди *SABCD* площину γ.
2. Обґрунтуйте вид перерізу.
3. Визначте площу перерізу. (2018.д)

652. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* плоский кут при вершині *S* піраміди дорівнює β. Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1. Зобразіть на рисунку задану піраміду й позначте кут β.
2. Визначте довжину сторони основи піраміди *SABCD*.
3. Визначте об’єм піраміди *SABCD*. (2021.п)

653. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* сторона основи *ABCD* дорівнює с, а бічне ребро *SA* утворює з площиною основи кут α. Через основу висоти піраміди паралельно грані *ASD* проведено площину β.

1. Побудуйте переріз піраміди *SABCD* площиною β.
2. Обґрунтуйте вид перерізу.
3. Визначте периметр перерізу. (2018.о)

654. У правильній чотирикутній піраміді *SABCD* плоский кут при вершині *S* піраміди дорівнює β. Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1. Зобразіть на рисунку задану піраміду й укажіть лінійний кут γ двогранного кута при її бічному ребрі. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ. (2021. п)

655. Основою піраміди є ромб, тупий кут якого дорівнює 120^o. Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30^o. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо її висота дорівнює 4 см.(2013.о2)

656. Основою піраміди є ромб, гострий кут якого дорівнює 30^o. Усі бічні грані піраміди нахилені до площини її основи під кутом 60^o. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди (у $см^2$), якщо радіус кола, вписаного в її основу, дорівнює 3 см. (2010.о1)

657. Основою піраміди *SABCD* є ромб *ABCD*, більша діагональ якого *AC*=30. Грань *SBC* є рівнобедреним трикутником (*SB*=*SC*) і перпендикулярна до площини основи піраміди. Ребро *SC* нахилено до площини основи піраміди під кутом 30^o. Визначте кут між площинами (*SAD*) і (*ABC*), якщо висота піраміди дорівнює 5. (2016.о)

658. Основою піраміди *SABCD* є паралелограм *ABCD* з гострим кутом *A*. Ребро *SB* перпендикулярне до прямих *AB* і *BC*. Проекцією ребра *SD* на площину основи піраміди є відрізок довжиною 10 см, який утворює зі стороною AD кут 30^0. Визначте кут між площинами (*SAD*) і (*ABC*), якщо *SD* = 15 см. (2017.п)

659. Основою піраміди *SABCD* є трапеція *ABCD* (*AD*||*BC*), довжина середньої лінії якої дорівнює 5 см. Бічне ребро *SB* перпендикулярне до площини основи піраміди і вдвічі більше від середньої лінії трапеції *ABCD*. Знайдіть відстань від середини ребра *SD* до площини *SBC* (у см), якщо об’єм піраміди дорівнює 210 $см^3$.(2013.о1)

660. Основою піраміди *SABCD* є трапеція *ABCD* (*BC* ∥ *AD*). Бічна грань *SBC*, площа якої дорівнює 24,4 $см^2$, перпендикулярна до площини основи піраміди. Точка *M* — середина ребра *SB*. Площина(*MAD*) перетинає ребро *SC* в точці *N*. Визначте довжину відрізка *MN* (у см), якщо об'єм піраміди дорівнює 152 $см^3$, а площа її основи — 57 $см^2$. (2014.п)

Розділ 5. ТІЛА ОБЕРТАННЯ

Тіла обертання. Циліндр та його елементи. Перерізи циліндра

661. Навести приклади побутових предметів, що мають форму циліндра.

662. Назвати властивості циліндра, однакові з властивостями прямої призми.

663. На рисунку 38 зображено циліндр, у якого O і O_1 – центра основ. Як називають відрізок:

1) KK_1; 2) O_1A_1; 3) AB?

664. На рисунку 38 зображено циліндр, у якого O і O_1 – центра основ. Як називають відрізок:

1) MM_1; 2) B_1C_1; 3) OC?

665. На рисунку 38 зображено циліндр, у якого O і O_1 – центра основ. $KK_1 = 5$ см, $O_1A_1 = 6$ см. Знайдіть довжину відрізка:

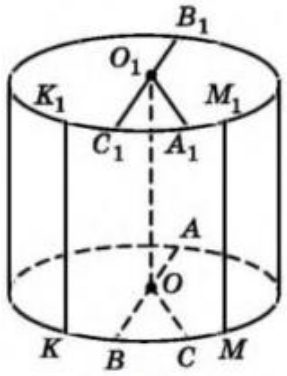


Рис. 38

1) MM_1; 2) OC; 3) AB.

666. На рисунку 38 зображено циліндр, у якого O і O_1 – центра основ. $AB = 8$ см, $MM_1 = 7$ см. Знайдіть довжину відрізка:

1) KK_1; 2) B_1C_1; 3) O_1A_1.

667. Прямокутник зі сторонами 5 см і 8 см обертається навколо більшої сторони. Знайдіть довжини радіуса, діаметра та висоти утвореного циліндра.

668. Прямокутник зі сторонами 4 см і 7 см обертається навколо меншої сторони. Знайдіть довжини висоти, радіуса і діаметра утвореного циліндра.

669. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 13 см, а його висота – 5 см. Знайдіть радіус циліндра.

670. Радіус основи циліндра дорівнює 4 см, а висота – 15 см. Знайдіть діагональ осьового перерізу циліндра.

671. Прямокутник, діагональ якого дорівнює 10 см і нахилена до площини основи під кутом 30^0, є осьовим перерізом циліндра. Знайдіть:

1) висоту циліндра; 2) радіус основи циліндра;

3)довжину кола основи циліндра.

672. Прямокутник, діагональ якого дорівнює 12 см і нахилена до площини основи під кутом 60^0, є осьовим перерізом циліндра. Знайдіть:

1) висоту циліндра; 2) радіус основи циліндра;

3) площу основи циліндра.

673. Площа основи циліндра дорівнює 144 см^2, а діагональ осьового перерізу – 25 см. Знайдіть:

1) довжину твірної циліндра;

2) площу осьового перерізу циліндра.

674. Довжина кола основи циліндра дорівнює 4π см, а довжина твірної – 3 см. Знайдіть:

1) діагональ осьового перерізу циліндра;
2) площу осьового перерізу циліндрі.

675. Висота циліндра вдвічі більша за його радіус, а площа осьового перерізу циліндра дорівнює 36 см^2. Знайдіть радіус і висоту циліндра.

676. Площа осьового перерізу циліндра дорівнює 32 см^2. Знайдіть радіус і висоту циліндра.

677. Відрізок, що сполучає центр основи з точкою кола нижньої основи, дорівнює $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть радіус і висоту циліндра, якщо вони рівні між собою.

678. Радіус циліндра дорівнює 3 см, а висота — 8 см. Знайти діагональ осьового перерізу цього циліндра.

679. Площа осьового перерізу циліндра дорівнює 18м^2. Знайти радіус і висоту циліндра, якщо вони рівні.

680. Довжина відрізка, кінці якого знаходяться на колах основ циліндра і який перетинає вісь, дорівнює 13 см. Знайти радіус циліндра, якщо його висота дорівнює 5 см.

681. Довжина відрізка, що з'єднує дві точки кіл основ циліндра і перетинає вісь, дорівнює 10 см. Знайти висоту циліндра, якщо його радіус дорівнює 3 см.

682. Висота циліндра втричі більша за його радіус, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої основи, дорівнює $2\sqrt{10}$ см. Знайдіть радіус і висоту циліндра.

683. Площа перерізу, який паралельний до основи циліндра, дорівнює 9π см^2. Знайти радіус циліндра.

684. У циліндрі, радіус якого 4 см, проведено переріз, паралельний до основ. Знайти довжину лінії, по якій цей переріз перетинає поверхню циліндра.

685. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 29 см, а радіус основи циліндра на 11 см менший за висоту. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.

686. Діагональ осьового перерізу циліндра на 13 см більша за радіус циліндра, а його висота дорівнює 15 см. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра, якщо довжина його радіуса виражається цілим числом сантиметрів.

687. Діагональ перерізу циліндра, який паралельний його осі, дорівнює 10 см і утворює з площиною основи кут 30^0. Переріз відтинає від кола основи дугу 120^0. Знайдіть:

1) висоту циліндра; 2) площу перерізу циліндра;

3)радіус циліндра; 4) площу основу циліндра.

688. Діагональ перерізу циліндра, який паралельний його осі, дорівнює 12 см і утворює з площиною основи кут 60^0. Переріз відтинає від кола основи дугу 60^0. Знайдіть:

1) висоту циліндра; 2) площу перерізу циліндра;

3)радіус циліндра; 4) довжину кола основи циліндра.

689. У циліндрі, радіус якого дорівнює 6 см, а висота — 5 см, проведено переріз, який паралельний осі циліндра і відтинає від кола основи дугу 60 °. Знайти площу перерізу.

690. Висота і радіус циліндра дорівнюють 15 см і 5 см відповідно. Знайти відстань від осі циліндра до відрізка, довжина якого 17 см і кінці якого лежать на колах основ циліндра.

691. Висота циліндра 6 см, радіус основи 5 см. Знайти периметр перерізу, проведеного паралельно осі циліндра на відстані 4 см від неї.

692. Висота циліндра дорівнює 10 см. Площа перерізу циліндра площиною, паралельною осі циліндра і віддаленою на 9 см від неї, дорівнює 240 $см^2$. Знайти радіус циліндра.

693. У циліндрі проведено паралельно осі площину, яка відтинає від кола основи хорду, яку видно з центра цієї основи під кутом 120°. Висота циліндра дорівнює 10 см. Знайти площу перерізу, якщо січна площина віддалена від осі на 2 см.

694. Пряма, яка перетинає основи циліндра в точках, що лежать на колах основ, нахилена до них під кутом 60° і віддалена від осі на 5 см. Знайти висоту циліндра, якщо радіус основи дорівнює 13 см.

695. Перерізом циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу 90^0. Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 8 см.

696. Паралельно осі циліндра на відстані 3 см від неї проведено переріз, який відтинає від кола дугу 90^0. Знайдіть площу отриманого перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 5 см.

697. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої основи, дорівнює l і утворює з віссю циліндра кут β. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.

698. Радіус основи циліндра дорівнює r. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої основи, утворює з площиною основи кут α. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.

699. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 10 см. Паралельно осі циліндра проведено переріз, який є квадратом із площею 36 см^2. Знайдіть довжину кола основи циліндра.

700. Осьовий переріз циліндра – квадрат, діагональ якого дорівнює $5\sqrt{2}$ см. Паралельно осі циліндра проведено другий переріз, діагональ якого дорівнює 13 см. Знайдіть площу другого перерізу.

701. Через твірну циліндра проведено два перерізи, площі яких дорівнюють 6 см^2 і 16 см^2. Кут між площинами перерізів дорівнює 60^0. Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні даних перерізів.

702. Через твірну циліндра проведено два перерізи, що утворюють між собою кут 120^0. Площі цих перерізів дорівнюють 12 см^2 і 20 см^2. Знайдіть площу перерізу циліндра, який проходить через дві інші твірні даних перерізів.

703. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу по хорді, що стягує дугу 90^0. Із центра іншої основи цю хорду видно під кутом 60^0. Площа утвореного перерізу дорівнює $4\sqrt{2}$ см^2. Знайдіть радіус основи циліндра.

704. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу по хорді, що стягує дугу 120^0. Із центра іншої основи цю хорду видно під кутом 90^0.Знайдіть радіус основи циліндра, якщо його висота дорівнює $2\sqrt{2}$ см.

705. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює a і утворює з площиною основи кут α. Знайти площу осьового перерізу та площу основи.

706. Паралельно осі циліндра проведено переріз, діагональ якого дорівнює d і утворює з площиною основи кут α. Переріз перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом β. Знайдіть відстань від осі циліндра до площини перерізу.

707. Паралельно осі циліндра проведено переріз, діагональ якого утворює з площиною основи кут γ. Переріз перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом α. Знайдіть діагональ перерізу, якщо відстань від осі циліндра до площини перерізу дорівнює m.

708. Висота циліндра дорівнює 15 см, а радіус основи – 5 см. Кінці відрізка завдовжки 17 см лежать на колах основ. Знайдіть відстань від середини відрізка до осі циліндра.

Завдання ЗНО

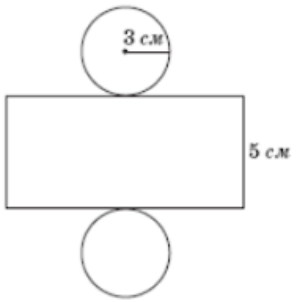
709. Укажіть формулу для обчислення площі бічної поверхні циліндра, довжина кола основи якого дорівнює l, а висота — h.(2020.п)

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$S=\frac{l}{h}$	$S=2lh$	$S=lh^2$	$S=lh$	$S=\frac{h}{l}$

710. Укажіть формулу для обчислення висоти *H* циліндра, площа основи якого дорівнює *S*, а об'єм - *V*.(2019.д)

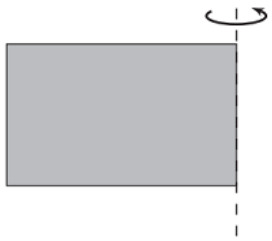
А	Б	В	Г	Д
$H=\frac{S}{V}$	$H=\frac{V}{S}$	H=VS	$H=\frac{V}{3S}$	$H=\frac{3V}{S}$

711. На рисунку зображено розгортку циліндра. Знайдіть його об'єм. (2011.о)



А	Б	В	Г	Д
9π см^3	15π см^3	30π см^3	36π см^3	45π см^3

712. Прямокутник із сторонами 8 см і 10 см обертається навколо меншої сторони (див. рисунок). Знайдіть площу повної поверхні отриманого тіла обертання. (2012.о1)



А	Б	В	Г	Д
360π см^2	160π см^2	260π см^2	288π см^2	800π см^2

713. Об'єм циліндра дорівнює 72π см^3. Знайдіть висоту цього циліндра, якщо радіус його основи дорівнює 3 см.(2014.д)

А	Б	В	Г	Д
24 см	12 см	9 см	8 см	6 см

714. Довжина кола основи циліндра дорівнює 18π см. Визначте площу бічної поверхні цього циліндра, якщо його висота дорівнює 7 см.(2014.п)

А	Б	В	Г	Д
126π см^2	207π см^2	252π см^2	288π см^2	567π см^2

715. Площа повної поверхні циліндра дорівнює 92π, а площа його бічної поверхні — 56π. Визначте площу основи цього циліндра. (2020.д)

А	Б	В	Г	Д
6π	18π	13π	48π	36π

716. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, діагональ якого дорівнює 10 см. Знайдіть радіус основи циліндра, якщо його висота дорівнює 8 см.(2010.о2)

А	Б	В	Г	Д
1 см	2 см	3 см	6 см	12 см

717. Периметр осьового перерізу циліндра дорівнює 32 см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, якщо його висота дорівнює 10 см.(2011.п)

А	Б	В	Г	Д
30π см^2	60π см^2	90π см^2	120π см^2	360π см^2

718. Циліндр, радіус основи якого дорівнює 4 см, висота — 12 см, перетнули площиною, паралельною до його основи (див. рисунок 1). Утворилося два циліндри (див. рисунок 2). Визначте суму площ повних поверхонь утворених циліндрів.(2012.п)

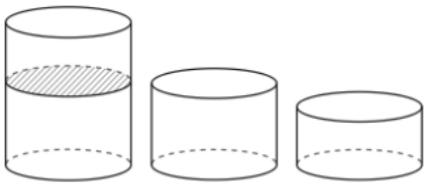


рис. 1 рис. 2

А	Б	В	Г	Д
96π см^2	108π см^2	128π см^2	144π см^2	160π см^2

719. Лист заліза, що має форму прямокутника ABCD (AB=50 см), згортають таким чином, щоб отримати циліндричну трубу (див. рисунки 1 і 2). Краї AB і CD зварюють між собою без накладання одного краю на інший. Обчисліть площу бічної поверхні отриманого циліндра (труби), якщо діаметр його основи дорівнює 20 см. Виберіть відповідь, найближчу до точної. Товщиною листа заліза та швом від зварювання знехтуйте.(2015.о)

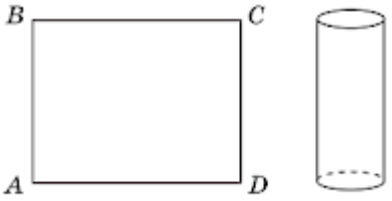


Рис. 1 Рис. 2

А	Б	В	Г	Д
1570 см^2	3150 см^2	5240 см^2	6300 см^2	1000 см^2

720. У коробку у формі прямокутного паралелепіпеда щільно укладено у 2 ряди 10 шматочків крейди (див. рисунок 1). Кожний шматочок має форму циліндра висотою 10 см і діаметром основи 15 мм (див. рисунок 2). Визначте площу плівки, якою в один шар щільно з усіх боків без накладень обгорнуто цю коробку. Місцями з'єднання плівки та товщиною стінок коробки знехтуйте.(2019.п)

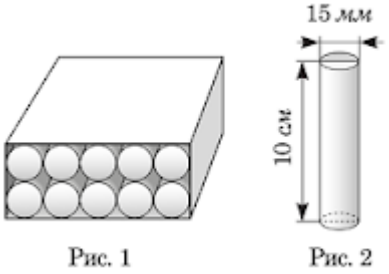


Рис. 1 Рис. 2

А	Б	В	Г	Д
225 см^2	255 см^2	450 см^2	600 см^2	75 см^2

721. Через точки A і B, що лежать на колах верхньої та нижньої основ циліндра і не належать одній твірній, проведено площину паралельно осі циліндра. Відстань від центра нижньої основи до цієї площини дорівнює 2 см, а площа утвореного перерізу - $60\sqrt{2}$ см^2. Визначте довжину відрізка AB (у см), якщо площа бічної поверхні циліндра дорівнює $20\sqrt{30\pi}$ см^2.(2014.о)

722. Переріз циліндра, проведений паралельно його осі, знаходиться на відстані 2 см від неї і є квадратом. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює $8\sqrt{3}\,\pi$см. Знайдіть площу перерізу (у см^2).(2009.п)

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{3}$ см^2	8 см^2	$6\sqrt{2}$ см^2	16 см^2	$8\sqrt{6}$ см^2

723. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник ABCD, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β. Діаметр основи циліндра дорівнює d.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз ABCD.

2. Укажіть кут β, що утворює пряма AC з площиною верхньої основи циліндра.

3. Визначте об'єм циліндра. (2021. д)

724. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник ABCD, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут β. Діаметр основи циліндра дорівнює d. На колі нижньої основи вибрано точку К так, що відрізок АК видно з точки D під кутом 30^0.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут γ між площиною (СКА) і площиною нижньої основи. Обгрунтуйте його положення.

2. Визначте кут γ. (2021. д2)

725. У нижній основі циліндра проведено хорду АВ, довжина якої дорівнює с. Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом α. Через хорду АВ проведено площину β паралельно осі циліндра на відстані d (d≠0) від неї.

1. Зобразіть переріз циліндра площиною β та вкажіть його вид.

2. Обґрунтуйте відстань d.

3. Визначте площу цього перерізу.(2019.о)

726. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник ABCD, сторона AD якого лежить в нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз ABCD.

2. Укажіть кут β, що утворює пряма AC із площиною нижньої основи циліндра.

3. Визначте об'єм циліндра. (2021. о)

727. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник ABCD, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β. На колі нижньої основи вибрано точку К так, що градусна міра дуги АК дорівнює 90^o.

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут γ між площиною (KBD) і площиною нижньої основи циліндра. Обґрунтуйте його положення.

2. Визначте кут γ. (2021. о2)

Вписана і описана призми

728. Навколо циліндра, радіус якого дорівнює 3 см, а висота 4 см, описано правильну чотирикутну призму. Знайти її повну поверхню.

729. У правильну трикутну призму вписано циліндр. Бічна поверхня призми дорівнює 54 см^2. Знайти висоту циліндра, якщо сторона основи призми дорівнює 3 см.

730. У куб вписано циліндр радіуса R. Вказати, які з наведених тверджень правильні, а які — неправильні:

1) висота циліндра дорівнює 2R;

2) площа осьового перерізу циліндра дорівнює $4R^2\sqrt{2}$;

3) площа діагонального перерізу куба дорівнює $4R^2$;

4) площа повної поверхні куба дорівнює $24R^2$.

Конус

731. Навести приклади предметів побуту, що мають форму конуса.

732. Назвати властивості конуса, однакові із властивостями піраміди.

733. Накресліть конус, висота якого *РК,* а твірна *РМ.*

734. Радіус основи конуса дорівнює 8 см, а твірна – 10 см. Знайдіть висоту конуса.

735. Висота конуса дорівнює 3 см, а радіус — 4 см. Знайти довжину твірної цього конуса.

736. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, висота — 8 см. Знайти твірну конуса.

737. Висота конуса дорівнює 24 см, а твірна – 25 см. Знайдіть радіус основи.

738. Твірна конуса дорівнює 6 см і утворює з площиною основи кут 30^0. Знайдіть радіус основи та висоту конуса.

739. Радіус основи конуса дорівнює 2 см. Твірна конуса утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть твірну та висоту конуса.

740. Висота конуса дорівнює 8 см, а твірна утворює з висотою кут 60^0. Знайдіть площу осьового перерізу конуса.

741. Твірна конуса дорівнює 6 см і утворює з висотою кут 30^0. Знайдіть площу осьового перерізу конуса.

742. Твірна конуса вдвічі довша за висоту. Який кут утворює твірна конуса з площиною основи?

743. Радіус основи конуса дорівнює його висоті. Який кут утворює твірна конуса з його висотою?

744. Радіус основи конуса дорівнює 28 см, а твірна довша висоти на 8 см. Знайти площу осьового перерізу конуса.

745. Твірна конуса дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45°. Знайти радіус та висоту конуса.

746. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник, сторони якого дорівнює 6 см. Знайти радіус і висоту цього конуса.

747. Радіус конуса дорівнює 6 см, а висота — 8 см. Знайти периметр осьового перерізу.

748. Осьовий переріз конуса – прямокутний трикутник з гіпотенузою 10 см. Знайдіть:

1) радіус основи конуса;
2) твірну конуса;
3) висоту конуса;
4) площу осьового перерізу конуса.

749. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник зі стороною 6 см. Знайдіть:

1) радіус основи конуса;
2) твірну конуса;
3) висоту конуса;
4) площу осьового перерізу конуса.

750. Радіус основи конуса дорівнює 6 см. Через середину висоти проведено переріз, перпендикулярний до його висоти. Знайдіть площу цього перерізу.

751. Через середину висоти конуса проведено переріз, паралельний його основі. Радіус утвореного в перерізі круга дорівнює 4 см. Знайдіть площу основи конуса.

752. У результаті перерізу конуса площиною, паралельною його основі, отримали фігуру площею 4π см^2. У якому відношенні переріз ділить висоту конуса, якщо його радіус дорівнює 4 см?

753. Прямокутний трикутник з катетами 5 см і 12 см обертається навколо катета. Знайти периметр осьового перерізу утвореного конуса. Скільки розв'язків має задача?

754. Радіус конуса дорівнює 10 см. Через середину висоти проведено переріз конуса паралельно до його основи. Знайти площу цього перерізу.

755. Радіус конуса дорівнює 10 см. Проведено переріз, паралельний основі конуса. Чи може його площа бути:

1) 64π см^2; 2) 216 π: см^2; 3) 314 см^2; 4) 315 см^2?

756. У результаті перерізу конуса площиною, паралельною основі, отримали фігуру, площа якої $16\,\pi$ см^2. У якому відношенні переріз ділить висоту, якщо радіус основи конуса дорівнює 8 см?

757. Висота конуса дорівнює 6 см, а різниця твірної та радіуса основи – 2 см. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.

758. Радіус основи конуса дорівнює 7 см, а його твірна на 1 см більша за висоту. Знайдіть периметр осьового перерізу конуса.

759. Прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см обертається навколо катета. Знайдіть периметр осьового перерізу утвореного конуса. Скільки розв'язків має задача?

760. Висота конуса дорівнює 9 см, а радіус основи – 3 см. Площина, перпендикулярна до осі конуса, перетинає його бічну поверхню по колу, довжина якого 4π см. Знайдіть відстань від вершини конуса до площини перерізу.

761. Радіус основи конуса 6 см, а висота – 18 см. Площина, паралельна основі конуса, перетинає його по кругу, площа якого 16π см^2. Знайдіть відстань від вершини конуса до площини перерізу.

762. Радіус основи конуса дорівнює 2 см, а його висота - $\sqrt{6}$ см. Через дві твірні конуса проведено переріз, який перетинає основу конуса по хорді, що стягує дугу 60^0. Знайдіть площу перерізу.

763. Хорда основи конуса дорівнює 3 см і стягує дугу 90^0. Через цю хорду і вершину конуса проведено переріз. Знайдіть його площу, якщо висота конуса дорівнює 2 см.

764. Твірна конуса дорівнює $4\sqrt{3}$ см і нахилена до площини основи під кутом 30^0. Через дві твірні конуса проведено площину під кутом 60^0 до площини основи. Знайдіть відстань від центра основи висоти конуса до хорди, по якій площина перерізу перетинає площину основи конуса.

765. Висота конуса дорівнює $3\sqrt{2}$ см і утворює з твірною кут 45^0. Через дві твірні конуса, що утворюють кут 60^0, проведено площину. Знайдіть відстань від центра основи конуса до хорди, по якій площина перерізу перетинає площину основи конуса.

766. Площа основи конуса дорівнює πS, а твірна конуса утворює з висотою кут β. Знайдіть площу осьового перерізу конуса.

767. Твірна конуса утворює з площиною основи кут γ, а площа осьового перерізу конуса дорівнює Q. Знайдіть площу основи конуса.

768. Хорду, що проведено в основі конуса, видно із центра основи під кутом β, а з вершини конуса під кутом α. Знайдіть кут нахилу твірнорї конуса до площини основи.

769. В основі конуса проведено хорду завдовжки a, яку видно із центра основи під кутом β. Твірна конуса утворює з площиною основи кут γ. Знайдіть висоту конуса.

Завдання ЗНО

770. Укажіть формулу для визначення радіуса R основи конуса з твірною L, якщо площа бічної поверхні цього конуса дорівнює S.(2015.п1)

А	Б	В	Г	Д

$R=\frac{\pi L}{S}$	$R=\frac{S}{2\pi L}$	$R=\frac{L}{\pi S}$	$R=\sqrt{\frac{3S}{\pi L}}$	$R=\frac{S}{\pi L}$

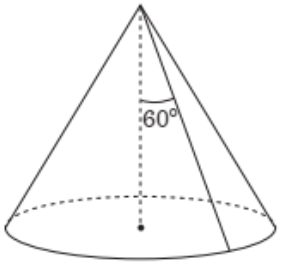
771. Укажіть формулу для обчислення об'єму V конуса, площа основи якого дорівнює S, а висота — h.(2019.о)

А	Б	В	Г	Д
V=Sh	$V=\frac{Sh}{2}$	V=4Sh	$V=\frac{4Sh}{3}$	$V=\frac{Sh}{3}$

772. Радіус основи конуса дорівнює 4, його висота — h, а твірна — l. Укажіть серед наведених правильне співвідношення для h і l.(2019.п)

А	Б	В	Г	Д
$16+h^2=l^2$	4+h=l	$16-h^2=l^2$	$h^2-l^2=16$	$8+h^2=l^2$

773. Радіус основи конуса дорівнює r, твірна — l. Твірна утворює з висотою конуса кут 60^o (див. рисунок). Визначте $\frac{r}{l}$. (2020.о)



А	Б	В	Г	Д
$\frac{r}{l}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{r}{l}=\frac{1}{2}$	$\frac{r}{l}=\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\frac{r}{l}=2$	$\frac{r}{l}=\sqrt{3}$

774. Визначте об'єм конуса, висота якого дорівнює 4 см, а діаметр основи – 6 см. (2015.д)

А	Б	В	Г	Д
12π см^3	18π см^3	24π см^3	36π см^3	72π см^3

775. Знайдіть об'єм конуса, якщо його радіус дорівнює 6 см, твірна — 10 см.(2010.п2)

А	Б	В	Г	Д
48π см^3	60π см^3	96π см^3	120π см^3	288π см^3

776. Визначте довжину твірної конуса (у см), якщо його об'єм дорівнює 800π, а площа основи - $100\ \pi$ см^2. (2020.п)

777. Довжина кола основи конуса дорівнює 8π см. Знайдіть довжину твірної конуса, якщо його висота дорівнює 3 см.(2010.о1)

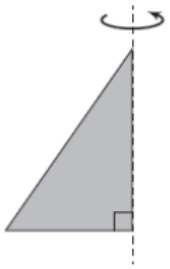
А	Б	В	Г	Д
11 см	10 см	7 см	5 см	4 см

778. Об'єм тіла, утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює 320π см^3. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника (у см), якщо його основа дорівнює 16 см. (2015.п2)

779. Висота конуса вдвічі менша за діаметр його основи. Знайдіть градусну міру кута між твірною конуса та площиною його основи. (2011.п)

А	Б	В	Г	Д
15^0	30^0	45^0	60^0	75^0

780. Прямокутний трикутник із катетами 9 см і 12 см обертається навколо більшого катета (див. рисунок). Визначте площу повної поверхні отриманого тіла обертання.(2012.о2)

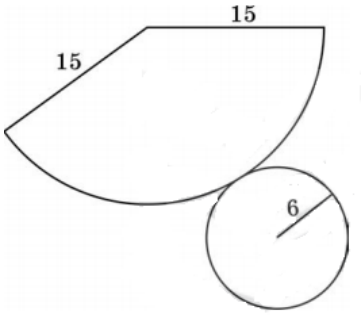


А	Б	В	Г	Д
324π см^2	216π см^2	180π см^2	135π см^2	81π см^2

781. Діаметр основи конуса дорівнює 6 см, а площа його бічної поверхні — 24π см. Знайдіть довжину твірної конуса. (2013.п)

А	Б	В	Г	Д
2 см	4 см	6 см	8 см	12 см

782. На рисунку зображено розгортку конуса. Визначте відношення площі повної поверхні цього конуса до площі його бічної поверхні. (2008.п)



783. Цукерка має форму конуса, висота якого дорівнює 3 см, а діаметр основи — 2 см. Маса 1 см^3 шоколаду, з якого виготовлено цукерку, становить 3 г. Визначте масу 100 таких цукерок, якщо кожна цукерка є однорідною і не має всередині порожнин. Укажіть відповідь, найближчу до точної. (2016.п)

А	Б	В	Г	Д
900 г	950 г	1000 г	1050 г	1100 г

784. Об'єм конуса дорівнює 64 см^3. Через середину висоти цього конуса паралельно його основі проведено площину. Утворений переріз є основою меншого конуса, вершина якого збігається з вершиною заданого. Знайдіть об'єм меншого конуса. (2014.п)

А	Б	В	Г	Д
32 см^3	16 см^3	12 см^3	8 см^3	4 см^3

785. Через вершину конуса з радіусом основи 4 см проведено площину, що перетинає його основу по хорді, яку видно з центра основи конуса під кутом 120^0, а з вершини конуса — під кутом 90^0. Обчисліть площу перерізу, у см^2.(2008.п)

786. Радіус основи конуса R, твірна нахилена до площини основи під кутом α. Через вершину конуса проведено площину під кутом φ до його висоти. Ця площина перетинає основу конуса по хорді. Знайдіть площу утвореного перерізу. У відповідь запишіть значення знайденого виразу при $R = \sqrt{6}$, $\alpha = 30^0$, $\varphi = 45^0$. (2009.о)

787. У конусі радіус основи дорівнює R, твірна — l. Через вершину конуса й хорду його основи проведено площину β. Ця площина утворює з площиною основи конуса гострий кут α.

1. Зобразіть переріз конуса площиною β та вкажіть його вид.
2. Обґрунтуйте положення кута α.
3. Визначте периметр цього перерізу.(2019.д)

Вписана і описана піраміди

788. У конус, радіус основи якого дорівнює 6 см, а твірна - 10 см, вписана правильна чотирикутна піраміда. Знайти її висоту та сторону основи.

789. У конус вписано правильну чотирикутну піраміду. Висота і радіус конуса відповідно дорівнюють 1 і $2\sqrt{2}$ см. Знайти:

1) бічне ребро піраміди; 2) сторону основи піраміди;

3) апофему піраміди; 4) площу основи піраміди;

5) площу бічної поверхні піраміди.

790. У конус, радіус основи якого дорівнює R, вписано правильну трикутну піраміду. Бічне ребро піраміди утворює з площиною основи кут α. Знайти:

1) висоту піраміди; 2) сторону основи піраміди;

3) твірну конуса; 4) площу осьового перерізу конуса;

5) площу основи піраміди.

791. Навколо конуса, твірна якого дорівнює 5 см, а радіус - $\sqrt{3}$ см, описано правильну трикутну піраміду. Знайти її бічну поверхню.

792. У конус вписана трикутна піраміда *SABC* (рис. 266). Визначити вид трикутника *ABC*.

Куля і сфера

793. Назвіть приклади предметів побуту, що мають форму кулі.

794. Знайдіть діаметр кулі, радіус якої дорівнює:

1) 3 дм; 2) 7,5 см.

795. Обчисліть діаметр кулі, радіус якої дорівнює:

1) 4 см; 2) 1,5 дм.

796. Обчисліть радіус кулі, діаметр якої дорівнює:

1) 8 см; 2) 1,2 дм.

797. Знайдіть радіус кулі, діаметр якої дорівнює:

1) 2 дм; 2) 5,6 см.

798. Радіус сфери дорівнює 6 см. Чи може відстань між двома деякими точками, що належить сфері, дорівнювати:

1) 6,1 см; 2) 9 см; 3) 12 см; 4) 13 см?

799. Діаметр сфери дорівнює 10 см. Чи може відстань між двома деякими точками, що належить сфері, дорівнювати:

1) 0,1 см; 2) 10 см; 3) 10,2 см; 4) 20 см?

800. Радіус кулі дорівнює 7,5 см. Усередині, зовні кулі чи на сферичній поверхні, що обмежує кулю, знаходиться точка, віддалена від центра кулі на відстань:

1) 7 см; 2) 7,4 см; 3) $7\frac{1}{2}$ см; 4) 8 см?

801. Радіус кулі дорівнює 4,2 см. Усередині, зовні кулі чи на сферичній поверхні, що обмежує кулю, знаходиться точка, віддалена від центра кулі на відстань:

1) 4 см; 2) $4\frac{1}{5}$ см; 3) 4,5 см; 4) 5 см?

802. Радіус кулі дорівнює 5 см. Знайдіть площу великого круга кулі.

803. Радіус кулі дорівнює 2 дм. Знайдіть довжину великого кола цієї кулі.

804. Знайти площу великого круга і довжину великого кола, якщо його радіус дорівнює 2 см.

805. Діаметр кулі дорівнює 16 см. Точка A належить площині, дотичній до кулі, і знаходиться на відстані 15 см від точки дотику кулі та площини. Знайдіть відстань від точки A до центра кулі.

806. Точка B належить площині, дотичній до сфери, і знаходиться на відстані 12 см від точки дотику сфери та площини. Знайдіть діаметр сфери, якщо відстань від точки B до центра сфери дорівнює 13 см.

807. Кулю, радіус якої 25 см, перетнуто площиною на відстані 24 см від центра кулі. Знайдіть довжину кола, по якому площина перетинає поверхню кулі.

808. Кулю радіуса 10 см перетнуто площиною на відстані 6 см від центра кулі. Знайдіть площу утвореного перерізу.

809. A і B — діаметрально протилежні точки сфери, M — довільна точка поверхні (рис. 39). Довести, що $\angle AMB = 90°$.

810. A і B — дві точки сфери, N — середина відрізка AB (рис. 40). Довести, що $ON \perp AB$, де точка O — центр сфери.

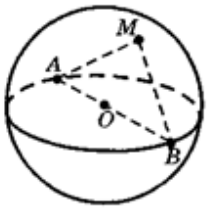


Рис. 39

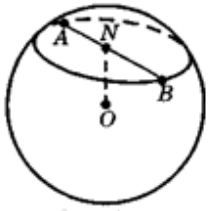


Рис. 40

811. Кулю радіуса 5 см перетнуто площиною на відстані 3 см від центра. Знайти площу перерізу.

812. Переріз кулі площиною має площу 9πсм^2 (рис. 40). Знайти відстань від центра кулі до перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 5 см.

813. Великий круг кулі має площу 25πм^2. Знайти радіус кулі.

814. Кулю перетнуто площиною на відстані 6 см від центра. Площа перерізу дорівнює 64π см^2. Знайти радіус кулі.

815. Кулю радіуса 41 см перетнули площиною. Площа перерізу дорівнює 1600π см^2. На якій відстані від центра кулі проведено площину?

816. Площина перетинає сферу. Діаметр сфери, проведений в одну з точок лінії перетину сфери і площини, дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з площиною кут 45^0. Знайдіть відстань від центра сфери до площини перерізу.

817. Площина перетинає сферу. Діаметр сфери, проведений в одну з точок лінії перетину сфери і площини, дорівнює $6\sqrt{3}$ см і утворює з площиною кут 60^0. Знайдіть відстань від центра сфери до площини перерізу.

818. Радіус кулі дорівнює 4 см. Точка A належить сфері, що обмежує кулю. Де може знаходитися точка B (усередині, зовні кулі чи сферичній поверхні), якщо:

1) $AB = 2$ см; 2) $AB = 4$ см; 3) $AB = 8$ см; 4) $AB = 10$ см?

Розгляньте всі можливі випадки.

819. Радіус кулі дорівнює 2 см. Точка P належить сфері, що обмежує кулю. Де може знаходитися точка M (усередині, зовні кулі чи сферичній поверхні), якщо:

2) $PM = 1$ см; 2) $PM = 2$ см; 3) $PM = 4$ см; 4) $PM = 9$ см?

Розгляньте всі можливі випадки.

820. Нехай C і D – дві деякі точки сфери. Скільки великих кіл можна провести через ці точки? Розгляньте всі випадки.

821. Площина α дотикається до сфери із центром O в точці A. Точка B належить площині α, OB перетинає сферу в точці K . Знайдіть довжину відрізка BK, якщо довжина великого кола цієї сфери дорівнює 16π см, а $AB = 6$ см.

822. Площина β дотикається до кулі із центром O в точці M. Точка K належить площині β, OK перетинає сферу, що обмежує кулю, у точці N. Знайдіть довжину відрізка MK, якщо $NK = 8$ см, а площа великого круга кулі дорівнює 25π см^2.

823. Через точку сфери радіуса $8\sqrt{2}$ см проведено площину під кутом 45^0 до радіуса сфери з кінцем у даній точці. Знайдіть довжину кола отриманого перерізу.

824. Радіус кулі дорівнює 12 см. Через кінець радіуса під кутом 60^0 до нього проведено площину. Знайдіть площу отриманого перерізу.

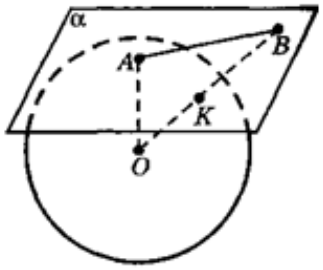


Рис. 41

825. Площина a дотикається до сфери з центром O в точці A. Точка B належить площині a. OB перетинає сферу в точці K (рис. 41). Знайти:

1) BK, якщо радіус сфери дорівнює 4, а $AB = 3$ см;

2) KB, якщо $OB = 10$ см, $AB = 8$ см.

826. Вершини трикутника зі сторонами 6 см, 8 см і 10 см лежать на поверхні кулі, радіус якої 13 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трикутника.

827. Вершини рівностороннього трикутника зі стороною 6 см лежать на поверхні кулі, радіус якої 4 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трикутника.

828. Куля дотикається до всіх сторін рівностороннього трикутника зі стороною 12 см. Знайдіть радіус кулі, якщо площина трикутника знаходиться на відстані 2 см від центра кулі.

829. Куля дотикається до всіх сторін квадрата зі стороною 16 см. Знайдіть радіус кулі, якщо площина квадрата знаходиться на відстані 6 см від центра кулі.

830. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 30 см і 40 см. На якій відстані від площини трикутника знаходиться центр сфери яка має радіус 65 см і проходить через всі вершини трикутника?

831. Вершини прямокутника лежать на сфері радіуса 10 см. Знайти відстань від центра сфери до площини прямокутника, якщо діагональ прямокутника дорівнює 16 см.

832. На відстані $5\sqrt{3}$ см від центра кулі проведено переріз кулі, площа якого в 4 рази менша, ніж площа великого круга. Знайдіть радіус кулі.

833. На відстані $2\sqrt{15}$ см від центра сфери проведено переріз, довжина кола якого в 4 рази менша, ніж довжина великого кола сфери. Знайдіть радіус кулі.

834. Радіуси двох куль дорівнюють 13 і 15 см, а відстань між їх центрами – 14 см. Знайти довжину лінії, по якій перетинаються їх поверхні.

835. Площа великого круга кулі дорівнює *S*, а площа перерізу кулі площиною - $\frac{16}{25}S$. На якій відстані від центра кулі проведено переріз?

836. Площа великого круга кулі дорівнює πQ, а площа перерізу кулі площиною - $\frac{9}{25}\pi Q$. На якій відстані від центра кулі проведено переріз?

837. Куля, радіус якої 37 см, дотикається до всіх сторін рівнобічної трапеції з основами 36 см і 16 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трапеції.

838. Куля радіуса 10 см дотикається до всіх сторін ромба, діагоналі якого дорівнюють 15 см і 20 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини ромба.

839. Діаметр кулі двома точками поділено на три частини у відношенні 1 : 12 : 13. Знайдіть відношення площ перерізів кулі, які проходять через ці точки перпендикулярно до заданого діаметра.

840. Радіус кулі поділено точкою *A* на дві частини у відношенні 3 : 2, рахуючи від центра. Через точку *A* проведено переріз перпендикулярно до заданого

радіуса. Знайдіть відношення площі цього перерізу до площі великого круга кулі.

841. Площина перетинає сферу. Діаметр сфери, проведений в одну із точок лінії перетину, утворює з площиною кут α. Знайти радіус перерізу, якщо діаметр сфери дорівнює *d*.

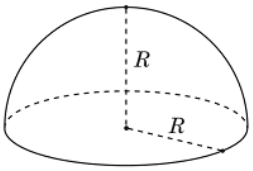
842. У кулі радіуса *r* проведено великий круг і переріз площиною, яка має з великим кругом тільки одну спільну точку й утворює з ним кут α. Знайти площу перерізу.

Завдання ЗНО

843. Укажіть формулу для визначення радіуса R сфери, площа якої дорівнює S. (2020.д)

А	Б	В	Г	Д
$R=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$	$R=\sqrt{\frac{4\pi}{S}}$	$R=\sqrt{4\pi S}$	$R=\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$	$R=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}$

844. Укажіть формулу для обчислення об'єму V півкулі радіуса R (див. рисунок).(2018.о)



А	Б	В	Г	Д
$V=4\pi R^2$	$V=\frac{2}{3}\pi R^3$	$V=\pi R^3$	$V=2\pi R^2$	$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

845. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює а см. (2007.о)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{2}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{6}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{12}\pi a^3$ см^3

846. Визначте площу сфери, діаметр якої дорівнює 12 см. (2010.о1, 2015.п2)

А	Б	В	Г	Д
36π см^2	72π см^2	144π см^2	288π см^2	576π см^2

847. Точки А та В лежать на сфері радіуса 10 см. Укажіть найбільше можливе значення довжини відрізка АВ. (2021. д)

А	Б	В	Г
20 см	100π см	10 см	20π см

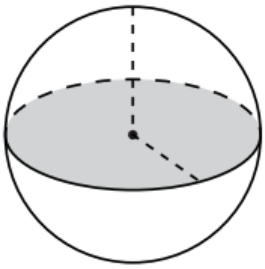
848. У скільки разів збільшиться об'єм кулі, якщо її радіус збільшити у 2 рази? (2010.о2)

А	Б	В	Г	Д
у 2 рази	у 4 рази	у 6 разів	у 8 разів	у 16 разів

849. Об'єм кулі дорівнює 36π см^3. Знайдіть її діаметр. (2011.о)

А	Б	В	Г	Д
3 см	24 см	6 см	18 см	12 см

850. Площа великого круга кулі (див. рисунок) дорівнює S. Визначте площу сфери, що обмежує цю кулю. (2018.д)



А	Б	В	Г	Д
4S	S^2	$\frac{4S}{3}$	2S	$\frac{S}{4}$

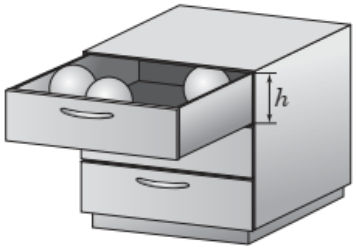
851. Для запобігання паркуванню транспорту на площі міста встановили 50 суцільних бетонних півкуль, радіус кожної з яких дорівнює 30 см. Який об'єм (у $м^3$) бетону використано на виготовлення цих півкуль? Укажіть відповідь, найближчу до точної.(2017.п)

А	Б	В	Г	Д
2,9 $м^3$	5,7 $м^3$	8,6 $м^3$	2,1 $м^3$	17,1 $м^3$

852. Переріз кулі площиною має площу 81π $см^2$. Знайдіть відстань від центра кулі до площини перерізу, якщо радіус кулі дорівнює 15 см.(2013.о1)

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	9 см	12 см	15 см

853. Пластикові кульки радіуса 6 см зберігають у висувній шухлядці, що має форму прямокутного паралелепіпеда (див. рисунок). Якою з наведених може бути висота h цієї шухлядки?(2021.о)



А	Б	В	Г
3 см	6 см	10 см	13 см

854. Площина β проходить через точку А, розташовану на поверхні кулі. Відстань від центра цієї кулі до площини β дорівнює d (d менше радіуса кулі, d≠0). Радіус кулі, проведений в точку А, утворює з площиною β кут α.

1. Зобразіть переріз кулі площиною β і укажіть на рисунку відстань d.
2. Обґрунтуйте положення кута α.
3. Визначте площу цього перерізу.(2019.п)

Розділ 6. ОБ'ЄМИ ТА ПЛОЩІ ПОВЕРХОНЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ

Об'єм тіла. Об'єми призми та паралелепіпеда

855. Виразіть у $мм^3$:

1) 4 $см^3$; 2) 2 $см^3$ 115 $мм^3$;

3)5 $см^3$ 2 $мм^3$; 4) 3 $дм^3$.

856. Визначити приблизно об'єм класної кімнати.

857. Знайдіть об'єм куба, ребро якого дорівнює:

1) 5 см; 2) 7 дм.

858. Знайдіть об'єм куба, ребро якого дорівнює:

1) 4 дм; 2) 10 см.

859. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні виміри якого дорівнюють:

1) 2 дм, 7 дм і 5 дм; 2) 15 см, 0,2 дм і 30 мм.

860. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, лінійні виміри якого дорівнюють:

1) 3 см, 8 см і 9 см; 2) 12 дм, 0,3 м і 50 см.

861. Діагональ куба становить 48 см. Визначити об'єм куба.

862. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, площа основи якого дорівнює 30 $см^2$, а висота – 12 см.

863. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, площа основи якого дорівнює 24 $см^2$, а висота – 5 см.

864. Ванна має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 60 см, 1 м 60 см і 70 см. Чи поміститься у ванні 1 $м^3$ води?

865. Обчислити об'єм куба, діагональ якого дорівнює $\sqrt{12}$.

866. Обчислити площу повної поверхні куба, діагональ якого дорівнює $\sqrt{48}$.

867. Обчислити суму довжин усіх ребер куба, якщо його об'єм дорівнює 216.

868. Об'єм прямої призми, основа якої - рівносторонній трикутник, дорівнює $4\sqrt{3}$, а висота призми 4. Обчислити довжину сторони основи призми.

869. В основі прямої призми лежить ромб з діагоналями 6 і 8 . Висота призми 10. Обчислити площу повної поверхні призми.

870. Об'єм призми дорівнює 200 $см^3$, а площа основи – 20 $см^2$. Знайдіть висоту призми.

871. Об'єм призми дорівнює 300 $см^3$, а її висота – 15 см. Знайдіть площу основи призми.

872. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють $2\sqrt{3}$ см і 7 см та утворюють кут 60^0. Знайдіть об’єм паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 5 см.

873. В основі прямого паралелепіпеда лежить ромб зі стороною 10 см і гострим кутом 30°. Висота паралелепіпеда — 5 см. Знайти об'єм паралелепіпеда.

874. Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною 8 см і гострим кутом 30^0. Знайдіть об’єм паралелепіпеда, якщо його бічне ребро дорівнює 10 см.

875. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 3 см і 5 см, а діагональ більшої за площею бічної грані – 5 см. Знайдіть об’єм паралелепіпеда.

876. Сторони основи прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 4 см і 8 см, а діагональ меншої за площею бічної грані – 5 см. Знайдіть об’єм паралелепіпеда.

877. Основа прямого паралелепіпеда – ромб зі стороною 4 см і кутом 60^0. Менша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45^0. Знайдіть об’єм паралелепіпеда.

878. Основа прямого паралелепіпеда – квадрат, периметр якого дорівнює 20 см. Менша діагональ паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45^0. Знайдіть об’єм паралелепіпеда.

879. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 6 см, а її об’єм – 180 $см^3$. Знайдіть висоту призми.

880. Основа прямої призми – трикутник з основою 6 см і висотою, проведеною до неї 10 см. Знайдіть висоту призми, якщо її об’єм дорівнює 150 $см^3$.

881. Відро вміщує приблизно 12 л. Скільки відер води потрібно, щоб заповнити ванну, яка має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 50 см, 1 м 60 см і 70 см? (відповідь округліть до цілих.)

882. Відро вміщує приблизно 8 л. Скільки відер води потрібно, щоб заповнити скляний куб з ребром 50 см? (відповідь округліть до цілих)

883. Класні кімнати повинні бути розраховані так, щоб на одного учня було не менше ніж 6 $м^3$ повітря. Чи можуть у класній кімнаті, яка має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 8 м, 5,5 м і 3 м, навчатися 23 дітей без порушення санітарних норм?

884. Об’єм куба дорівнює 64 $см^3$. Знайдіть повну поверхню куба.

885. Знайти об'єм куба, якщо площа повної поверхні дорівнює 150 $см^2$.

886. Об'єм куба дорівнює 8 $см^3$. Знайти площу повної поверхні куба.

887. Повна поверхня куба дорівнює 24 $см^2$. Визначити об'єм куба.

888. Об'єм куба становить 27 $м^3$. Визначити повну поверхню куба.

889. Ребро одного куба втричі більше, ніж ребро іншого. У скільки разів об'єм першого куба більший від об'єму другого?

890. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 6 $см^2$, 6 $см^2$, 9 $см^2$. Знайти його об'єм.

891. В основі прямого паралелепіпеда лежить ромб, діагоналі якого дорівнюють 6 і 8 см, а бічне ребро 10 см. Знайти об'єм паралелепіпеда.

892. Сторони основи прямого паралелепіпеда дорівнюють 7 і $\sqrt{18}$ см і утворюють кут 45°, а менша діагональ паралелепіпеда утворює кут 45° з площиною основи. Знайти об'єм паралелепіпеда.

893. Розміри цеглини 25 см ×12 см × 6,5 см. Знайдіть масу однієї цеглини, якщо її густина дорівнює 1700 $кг/м^3$.

894. Екскаватор викопав яму у формі куба, ребро якого дорівнює 4 м. Скільки вантажівок потрібно, щоб вивести всю землю, якщо одна вантажівка вміщує 2,5 $м^3$ землі?

895. Міський голова вирішив покрити асфальтом прямолінійну ділянку завширшки 15 м і завдовжки 200 м. товщина асфальту на цій дорозі – 5см. Скільки потрібно машин асфальту, якщо густина асфальту дорівнює 2,4 $т/м^3$, а вантажопідйомність машини – 5 т?

896. Скільки дошок завдовжки 2,5 м, завширшки 20 см і завтовшки 20 мм можна отримати із чотирикутної балки завдовжки 10 м, що має в перерізі прямокутник розмірами 40 см × 30 см?

897. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник із катетами 6 і 8 см. Висота призми дорівнює 10 см. Знайти об'єм призми.

898. В основі прямої призми лежить трикутник, сторона якого дорівнює 12 см, а висота, проведена до неї — 5 см. Бічне ребро призми дорівнює 8 см. Знайти об'єм призми.

899. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник, основа якого дорівнює 12 см, а висота, проведена до неї — 8 см. Знайти об'єм призми, якщо її висота дорівнює 10 см.

900. В основі прямої призми лежить трапеція з основами 9 і 15 см і висотою 5 см. Знайти об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.

901. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює 5 см, а діагональ бічної грані — 13 см. Знайдіть об'єм призми.

902. Бічне ребро прямокутного паралелепіпеда дорівнює $10\sqrt{3}$ см, а одна зі сторін основи – 8 см. Знайдіть об’єм паралелепіпеда, якщо його діагональ нахилена до площини основи під кутом 60^0.

903. Бічне ребро прямокутного паралелепіпеда дорівнює $4\sqrt{3}$ см, а діагональ основи – 20 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо одна з діагоналей бічної грані нахилена до площини основи під кутом 30^0.

904. 1 $м^3$ золота важить приблизно 19 т. Чи може людина підняти куб золота, ребро якого 30 см?

905. Основа прямої призми – рівнобедрений трикутник з основою 6 см і периметром 16 см. Знайдіть об'єм призми, якщо дві її бічні грані квадрати.

906. Основа прямої призми – рівнобедрений трикутник з бічною стороною 10 см периметром 36 см. Знайдіть об'єм призми, якщо одна з її бічних граней – квадрат, а дві інші не є квадрати.

907. Об'єм прямої призми дорівнює 168 $см^3$, а її бічне ребро – 7 см. Основа призми – прямокутний трикутник з катетом 6 см. Знайдіть площу поверхні призми.

908. Основа прямої призми – прямокутний трикутник з катетами 5 см і 12 см. Знайдіть площу бічної поверхні призми, якщо її об'єм дорівнює 240 $см^3$.

909. Основа похилого паралелепіпеда – прямокутник з діагоналлю 10 см і кутом між діагоналями 30^0. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

910. Основа похилого паралелепіпеда – квадрат з діагоналлю 6 см. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнюють $4\sqrt{3}$ см і утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

911. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 20 см і діагоналлю 8 см. Менша діагональ паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

912. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 40 см і діагоналлю 12 см. Більша діагональ паралелепіпеда дорівнює 20 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

913. В основі паралелепіпеда лежить паралелограм зі сторонами 3 см і 5 см і гострим кутом 30°. Висота паралелепіпеда дорівнює 6 см. Знайти об'єм паралелепіпеда та його повну поверхню.

914. Профіль русла має форму рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 15 м і 9 м, а висота – 3 м. Швидкість течії дорівнює 1 м/с. Який об'єм води проходить через цей профіль за 1 хв.

915. Переріз залізничного насипу має вигляд рівнобічної трапеції, верхня основа якої дорівнює 12 м, нижня – 27 м, а висота – 4,5 м. Знайдіть об'єм 1 км насипу.

916. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює 12 см і нахилена до площини основи під кутом 60^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо кут між діагоналями основи дорівнює 30^0.

917. Діагональ прямокутного паралелепіпеда нахилена до площини основи під кутом 45^0. Діагональ основи утворює з однією зі сторін основи 300. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його висота дорівнює 8 см.

918. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 13 см, 21 см і 20 см. Через бічне ребро призми та середню за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого дорівнює 63 $см^2$. Знайдіть об'єм призми.

919. У прямій трикутній призмі сторони основи дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Через бічне ребро призми та середню за довжиною висоту основи проведено переріз, площа якого дорівнює 112 $см^2$. Знайдіть об'єм призми.

920. Основою прямого паралелепіпеда є квадрат з діагоналлю $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його повна поверхня дорівнює 240 $см^2$.

921. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 4 см і 5 см та гострим кутом 30^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда, якщо його повна поверхня дорівнює 74 $см^2$.

922. Діагональ бічної грані прямокутного паралелепіпеда дорівнює $8\sqrt{2}$ см. Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною цієї грані кут 45^0, а з площиною основи – кут 30^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

923. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює 10 см і утворює з бічними гранями кути 30^0 і 45^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

924. Основою похилої призми є правильний трикутник зі стороною $4\sqrt{3}$ см. Одна з вершин верхньої основи проектується в центр нижньої. Бічні ребра призми утворюють з площиною основи кут 60^0. Знайдіть об'єм призми.

925. Основою похилої призми є квадрат зі стороною 8 см. Одна з вершин верхньої основи проектується в центр нижньої. Бічні ребра призми утворюють з площиною основи кут 45^0. Знайдіть об'єм призми.

926. Сторони основи похилого паралелепіпеда дорівнюють 6 і 12 см і утворюють кут 60°. Бічне ребро паралелепіпеда дорівнює 14 см і утворює з площиною основи кут 30°. Знайти об'єм паралелепіпеда.

927. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з гострим кутом α. Діагональ бічної грані, що містить гіпотенузу, дорівнює d і утворює з площиною основи призми кут β. Знайдіть об'єм призми.

928. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з гострим кутом α і гіпотенузою c. Діагональ грані, що містить катет, прилеглий до даного кута, утворює з площиною основи кут β. Знайдіть об'єм призми.

929. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною a і кутом при вершині β. Через сторону основи і протилежну вершину іншої основи проведено переріз, який утворює з площиною кут γ. Знайдіть об'єм призми.

930. Сторона основи правильної трикутної призми дорівнює a. Через цю сторону і середину протилежного бічного ребра проведено переріз, який утворює з площиною основи кут α. Знайдіть об'єм призми.

931. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 12 см^2, 28 см^2 і 28 см^2. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

932. Параметри трьох граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 12 см, 18 см і 14 см. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда.

933. В основі похилої призми лежить правильний трикутник зі стороною 10 см. Одна з бічних граней призми перпендикулярна до площини основи та являє собою ромб, діагональ якого дорівнює 12 см. Знайдіть об'єм призми.

934. Основою похилого паралелепіпеда є квадрат зі стороною 6 см. Одна з бічних граней паралелепіпеда перпендикулярна до площини основи та являє собою паралелограм, периметр якого дорівнює 20 см, а гострий кут – 30^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

935. Основою похилого паралелепіпеда є прямокутник зі сторонами 4 см і 5 см. Одне з бічних ребер паралелепіпеда дорівнює 2см і утворює із суміжними сторонами основи кути 60^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

936. Основою похилого паралелепіпеда є квадрат зі стороною 8 см. Одне з бічних ребер паралелепіпеда дорівнює 4 см і утворює із суміжними сторонами кути по 60^0. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

937. Дві бічні грані похилої трикутної призми мають площі 20 см^2 і 30 см^2 та утворюють кут 120^0. Знайдіть об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 5 см.

938. Дві бічні грані похилої трикутної призми мають площі 24 см^2 і 30 см^2 та утворюють прямий кут . Знайдіть об'єм призми, якщо її бічне ребро дорівнює 6 см.

Об'єм піраміди

939. Обчислити об'єм правильної трикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 4 см, а висота — 2 см.

940. Площа основи піраміди дорівнює 30 см^2, а висота – 7 см. Знайдіть обуєм піраміди.

941. Висота піраміди дорівнює 12 см, а площа основи – 19 см^2. Знайдіть об'єм піраміди.

942. Знайдіть об'єм піраміди, основою якої є прямокутник зі сторонами 4 см і 5 см, якщо висота піраміди дорівнює 9 см.

943. Знайдіть об’єм піраміди, основою якої є квадрат зі стороною 3 см, якщо висота піраміди дорівнює 5 см.

944. Об’єм піраміди дорівнює 32 $см^2$, а висота – 6 см. Знайдіть площу основи.

945. об’єм піраміди дорівнює 80 $см^3$, а площа основи – 60 $см^2$. Знайдіть висоту піраміду.

946. Основою піраміди є трапеція з основами 3 см і 5 см та висотою 7 см. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 6 см.

947. Основою піраміди є ромб зі стороною 6 см і висотою 4 см. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 7 см.

948. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 6 см, а двогранний кут при основі піраміди – 60^0. Знайдіть об’єм піраміди.

949. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8 см, а двогранний кут при основі – 45^0. Знайдіть об’єм піраміди.

950. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 9 см і утворює з бічним ребром кут $45^{0.}$ Знайдіть об’єм піраміди.

951. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює 3 см і утворює з бічним ребром кут 60^0. Знайдіть об’єм піраміди.

952. Об’єм правильної трикутної піраміди дорівнює $15\sqrt{3}$ $см^3$, а висота – 5 см. Знайдіть сторону основи піраміди.

953. Об’єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 216 $см^3$, а висота – 8 см. Знайдіть сторону основи піраміди.

954. У правильній чотирикутній піраміді висота дорівнює 3 см, бічне ребро — 5 см. Знайти об'єм піраміди.

955. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 4 см, висота піраміди дорівнює $6\sqrt{3}$ см. Знайти об'єм піраміди.

956. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює 5 см, висота — 4 см. Знайти об'єм піраміди.

957. Як зміниться об'єм правильної чотирикутної піраміди, якщо сторону основи збільшити у 2 рази, а висоту зменшити у 3 рази?

958. Основою піраміди є прямокутник, а висота піраміди проходить через одну з вершин основи. Бічні грані, що не містять висоту, нахилені до площини основи під кутами 30^0 і 45^0. Знайдіть об’єм піраміди, якщо висота дорівнює 6 см.

959. Основою піраміди є квадрат, а висота піраміди проходить через одну з вершин основи. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює $9\sqrt{3}$ см, а бічна грань, яка не містить висоти, нахилена до площини основи під кутом $60^{0.}$

960. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом 6 см і радіусом описаного навколо нього кола 5 см. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 4 см.

961. Основою піраміди є прямокутник, одна сторона якого дорівнює 10 см, а радіус описаного навколо цього кола 13 см. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 4 см.

962. Основою піраміди є прямокутник, одна сторона якого дорівнює 10 см, а радіус описаного навколо нього кола 13 см. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 7 см.

963. Основою піраміди є прямокутник, сторони якого дорівнюють 18 см і 24 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 25 см.

1) Доведіть, що основою висоти піраміди є точка перетину діагоналей основи.
2) Знайдіть об’єм піраміди.

964. Основою піраміди є прямокутний трикутник, катети якого дорівнюють 12 см і 16 см. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 26 см.

1) Доведіть, що основою висоти піраміди є середина гіпотенузи піраміди.
2) Знайдіть об’єм піраміди.

965. Основа піраміди – прямокутний трикутник з меншим катетом 5 см і гострим кутом 30^0. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 13 см. Знайдіть об’єм піраміди.

966. Основа піраміди – прямокутник з більшою стороною $6\sqrt{3}$ см і кутом 60^0, який утворює діагональ основи з меншою стороною. Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 10 см. Знайдіть об’єм піраміди.

967. Від куба з ребром 12 см площиною, що проходить через а середини трьох його ребер, які мають спільну вершину, відрізано тіло. Знайдіть об’єм відрізаного тіла.

968. Об’єм правильної трикутної призми дорівнює *V*. Через сторону основи і середину протилежного бічного ребра проведено переріз. Знайдіть об’єм піраміди, яка утворилась.

969. Об’єм прямої призми дорівнює V. Через одну із сторін основи і протилежну вершину іншої основи проведено переріз. Знайдіть об’єм піраміди, яка утворилась.

970. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює 10 см і утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть об’єм піраміди.

971. У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює $8\sqrt{2}$ см і утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть об’єм піраміди.

972. У правильній трикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути по 60^0. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 6 см.

973. У правильній чотирикутній піраміді бічні грані утворюють з площиною основи кути по 30^0. Знайдіть об’єм піраміди, якщо її висота дорівнює 6 см.

974. Піраміда Хефрена в Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 210,5 м, а бічне ребро нахилено до площини основи під кутом $42^0 30^/$. Знайдіть приблизний об’єм цієї піраміди.

975. Піраміда Хеопса в Єгипті зараз являє собою правильну чотирикутну піраміду, сторона основи якої приблизно дорівнює 230,5 м, а бічна грань нахилена до площини основи під кутом $51^0 50^/ \cdot$ Знайдіть приблизний об’єм цієї піраміди.

976. Знайти об'єм правильної чотирикутної зрізаної піраміди, якщо бічне ребро дорівнює 3 см, а сторони основ — 5 і 1 см.

977. Площі основ зрізаної піраміди дорівнюють 245 $см^2$ і 80 $см^2$, а висота повної піраміди — 35 см. Знайти об'єм зрізаної піраміди.

978. Об'єм зрізаної піраміди дорівнює 1720 $см^3$, її висота — 20 см, відповідні сторони двох основ відносяться, як 5:8. Знайти площі основ зрізаної піраміди.

979. У трикутній зрізаній піраміді висота дорівнює 10 см, сторони однієї основи — 27 см, 29 см, 52 см, а периметр другої основи дорівнює 72 см. Знайти об'єм зрізаної піраміди.

980. Знайти об'єм правильної трикутної зрізаної піраміди, якщо бічне ребро дорівнює l, а сторони основ дорівнюють a і b $(a > b)$.

981. Двогранний кут при основі правильної трикутної піраміди дорівнює 45^0, а відрізок, що сполучає середину висоти і середину апофеми – 2 см. Знайдіть об’єм піраміди.

982. Двогранний кут при основі правильної чотирикутної піраміди дорівнює 30^0, а відрізок, що сполучає основу висоти піраміди і середину апофеми – 4 см. Знайдіть об’єм піраміди.

983. Обчисліть об’єм правильного тетраедра, якщо радіус кола, описаного навколо його грані, дорівнює R.

984. Бічне ребро правильної трикутної піраміди дорівнює l, а висота – h. Знайдіть об’єм піраміди.

985. Три бічних ребра піраміди, що виходять з однієї вершини, попарно перпендикулярні та мають довжини 4 см, 5 см і 6 см. Знайдіть об’єм цієї піраміди.

986. В основі чотирикутної піраміди лежить прямокутник з діагоналлю d та кутом α, що утворює діагональ з однією зі сторін основи. Усі бічні ребра піраміди мають довжину l. Знайдіть об’єм піраміди.

987. В основі трикутної піраміди лежить прямокутний трикутник з катетом b та протилежним гострим кутом β. Усі бічні ребра піраміди мають довжину l. Знайдіть об’єм піраміди.

988. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 12 см, 10 см і 10 см. Усі бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом 45^0. Знайдіть об’єм піраміди.

989. Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 9 см і 12 см. Висоти всіх бічних граней рівні між собою і дорівнюють 5 см. Знайдіть об’єм піраміди.

990. Основою піраміди є рівнобічна трапеція з тупим кутом 120^0 і діагоналлю $8\sqrt{3}$ см. Ця діагональ перпендикулярна до бічної сторони трапеції. Знайдіть об’єм трапеції, якщо її бічні ребра дорівнюють 10 см.

Об’єми тіл обертання

991. Радіус основи циліндра дорівнює 4 см, а діагональ осьового перерізу — 10 см. Знайти об'єм циліндра.

992. Знайдіть об’єм циліндра, у якого площа основи дорівнює 20 $см^2$, а висота – 3 см.

993. Висота циліндра дорівнює 7 см, а площа основи – 10 $см^2$. Знайдіть об’єм циліндра.

994. Об’єм циліндра дорівнює 50 $см^3$, а висота – 10 см. Знайдіть площу основи.

995. Знайти об'єм конуса, висота якого дорівнює 3 см, а твірна — 5 см.

996. Висота конуса дорівнює 6 см, твірна — 10 см. Знайти об'єм конуса.

997. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник із гіпотенузою 12 см. Знайти об'єм конуса.

998. Осьовий переріз конуса — прямокутний трикутник із катетом 6 см. Знайти об'єм конуса.

999. Знайти об'єм кулі, діаметр якої дорівнює 12 см.

1000. Об'єм кулі дорівнює 36π $см^3$. Знайти радіус кулі.

1001. Радіус кулі дорівнює 9 см. Знайти об'єм кулі.

1002. Площа основи циліндра дорівнює 25 $см^2$, а його об’єм – 100 $см^3$. Знайдіть висоту циліндра.

1003. Знайдіть об’єм циліндра, у якого радіус основи дорівнює 3 см, а висота – 7 см.

1004. Висота циліндра дорівнює 8 см, а радіус основи – 2 см. Знайдіть об’єм циліндра.

1005. Знайдіть об’єм конуса, у якого площа основи дорівнює 12 $см^2$, а висота – 5 см.

1006. Висота конуса дорівнює 6 см, а площа основи – 13 см^2. Знайдіть об'єм конуса.

1007. Висота конуса дорівнює 12 см, а його об'єм – 20 см^3. Знайти площу основи конуса.

1008. Об'єм конуса дорівнює 40 см^3, а площа його основи – 20 см^2. Знайдіть висоту конуса.

1009. Знайдіть об'єм конуса, у якого радіус основи дорівнює 2 см, а висота – 3 см.

1010. Знайдіть об'єм конуса, висота якого дорівнює 5 см, а радіус основи – 3 см.

1011. Знайдіть об'єм кулі:

1) радіус якої дорівнює 4 см;
2) діаметр якої дорівнює 6 см.

1012. Знайдіть об'єм кулі:

1) радіус якої дорівнює 9 см;
2) діаметр якої дорівнює 4 см.

1013. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, площа якого дорівнює 40 см^2. Радіус основи циліндра дорівнює 5 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1014. Висота циліндра дорівнює 6 см, а площа осьового перерізу циліндра – 24 см^2. Знайдіть об'єм циліндра.

1015. Об'єм циліндра дорівнює 45π см^3, а його висота – 5 см. Знайдіть радіус основи циліндра.

1016. Об'єм циліндра дорівнює 48π см^3, а діаметр його основи – 8 см. Знайдіть висоту циліндра.

1017. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота – 15 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1018. Радіус основи циліндра дорівнює 3 см, а діагональ осьового перерізу – 10 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1019. Діагоналі осьового перерізу циліндра взаємно перпендикулярні, а периметр осьового перерізу дорівнює 16 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1020. Осьовий переріз циліндра – прямокутник, діагональ якого дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть об'єм циліндра.

1021. Висота циліндра вдвічі більша за радіус основи, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої основи, дорівнює $3\sqrt{5}$ см. Знайдіть об'єм циліндра.

1022. Радіус основи циліндра втричі більший за його висоту, а відрізок, що сполучає центр верхньої основи з точкою кола нижньої, дорівнює $2\sqrt{10}$ см. Знайдіть об'єм циліндра.

1023. У циліндричну посудину, у якій 12 $м^3$ води, опустили деталь. При цьому рівень води в посудині піднявся в 1,5 рази. Знайдіть об'єм деталі.

1024. У циліндричну посудину, внутрішній діаметр якої 40 см, опустили деталь. При цьому рівень води в посудині піднявся на 10 см. Знайдіть об'єм деталі з точністю до цілих кубічних сантиметрів.

1025. Автоцистерна для перевезення молока має форму циліндра. Внутрішній діаметр циліндра дорівнює 1,8 м, а довжина – 3,5 м. Скільки тон молока можна налити в таку цистерну, якщо заповнити її повність (густина молока 1032 $кг/м^3$)?

1026. Підземне бензосховище має форму циліндра, внутрішній діаметр якого 2,4 м, а довжина – 8м. Скільки тон бензину може вмістити таке бензосховище (густина бензину 720 $кг/м^3$)?

1027. Твірна конуса дорівнює 13 см, а радіус основи – 5 см. Знайдіть об'єм конуса.

1028. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна – 10 см. Знайдіть об'єм конуса.

1029. Твірна конуса дорівнює $6\sqrt{2}$ см і утворює з висотою кут 45^0. Знайдіть об'єм конуса.

1030. Радіус основи конуса дорівнює 3 см і утворює з твірною кут 60^0. Знайдіть об'єм конуса.

1031. Осьовий переріз конуса – рівнобедрений трикутник з кутом 120^0 при вершині та основою 12 см. Знайдіть об'єм конуса.

1032. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник, висота якого дорівнює $\sqrt{3}$ см. Знайдіть об'єм конуса.

1033. Площа основи конуса дорівнює 9π $см^2$, а його твірна – 5 см. Знайдіть об'єм конуса.

1034. Довжина кола основи конуса дорівнює 14π см, а його твірна – 25 см. Знайдіть об'єм конуса.

1035. Воду, що заповнювала всю колбу, яка мала форму конуса з висотою 15 см, перелили в циліндричну посудину, радіус основи якої дорівнює радіусу основи конуса. На якій висоті буде вода в циліндричній посудині?

1036. Свинцевий циліндр, висота якого 12 см, переплавили в конус з такою самою основою. Знайдіть висоту цього конуса.

1037. Площа великого круга кулі дорівнює 16π $см^2$. Знайдіть об'єм кулі.

1038. Довжину великого кола кулі дорівнює 12π см. Знайдіть об'єм кулі.

1039. У кулі на відстані 5 см від центра проведено січну площину так, що в перерізі утворився краг, довжина кола якого дорівнює 24π см. Знайдіть об'єм кулі.

1040. Перерізом кулі площиною на відстані 4 см від центра є круг із площею 9π см^2. Знайдіть об’єм кулі.

1041. Свинцеву кулю переплавили в кульки, радіус яких в 4 рази менший. Скільки таких кульок отримали?

1042. Є свинцеві кульки однакового радіуса. Скільки таких кульок треба взяти, щоб з них відлити одну кулю, радіус якої у 5 разів більший за радіус даних кульок?

1043. Об'єми двох циліндрів рівні. Радіус одного у 2 рази менший піл радіуса другого. У скільки разів висота першого циліндра більша від висоти другого?

1044. Свинцеву кулю розплавили і перелили в кульки, радіус яких у 5 разів менший. Скільки таких кульок дістали?

1045. Куля і конус мають однакові об'єми. Радіус кулі дорівнює радіусу конуса. У скільки разів висота конуса більша від радіуса кулі?

1046. Радіуси трьох куль дорівнюють 3, 4 і 5 см. Знайти радіус кулі, об'єм якої дорівнює сумі об'ємів даних куль.

1047. Відношення об'ємів двох куль дорівнює 8. У скільки раз радіус однієї кулі більший за радіус другої кулі?

1048. Радіус кулі R = 6 см. На відстані 4 см від її центра куля перетнута площиною. Знайти об'єм кульового сегмента (меншого із утворених).

1049. Дві кулі, радіуси яких 1 см і 2 см, сплавили в одну кулю. Знайти її радіус.

1050. Зовнішній радіус дюралюмінієвої порожнистої кулі дорівнює 10 см, товщина стінок – 1 см. Знайдіть:

1) об’єм дюралюмінію, з якого виготовили кулю;
2) масу кулі (густина дюралюмінію 2,8 г/см^3) з точністю до грамів.

1051. Внутрішній радіус порожнистої чавунної кулі дорівнює 7 см, а її зовнішній радіус – 9 см. Знайдіть:

1) об’єм чавуну, з якого виготовили кулю;
2) масу чавуну (густина чавуну 7,3 г/см^3) з точністю до грамів.

1052. Об’єм кулі дорівнює $\frac{500\pi}{3}$ см^3. Знайдіть діаметр кулі.

1053. Об’єм кулі дорівнює $\frac{256\pi}{3}$ см^3. Знайдіть радіус кулі.

1054. Хорда основи циліндра дорівнює 6 см і віддалена від центра цієї основи на 4 см. Відрізок, що сполучає центр іншої основи із серединою хорди, утворює з площиною основи кут 60^0. Знайдіть об’єм циліндра.

1055. Хорда основи циліндра дорівнює 8 см і віддалена від центра цієї основи на 3 см. Відрізок, що сполучає центр іншої основи з кінцем даної хорди, утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть об’єм циліндра.

1056. У циліндричній посудині рівень води перебуває на висоті 36 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити в циліндричну посудину:

1) радіус якої у 3 рази більший за радіус першої;
2) діаметр якої у 2 рази менший ніж діаметр першої.

1057. Об'єми двох циліндрів рівні. Радіус першого циліндра в 4 рази більший за радіус другого. У скільки разів висота першого циліндра менша ніж висота другого?

1058. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 25 см, а його висота на 5 см менша ніж радіус. Знайдіть об'єм циліндра.

1059. Діагональ осьового перерізу циліндра на 7 см більша за радіус циліндра, а його висота дорівнює 5 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1060. Діагональ перерізу циліндра, який паралельно його осі, дорівнює $8\sqrt{3}$ см і утворює з площиною основи кут 60^0. Переріз відтинає від кола основи дугу 120^0. Знайдіть об'єм циліндра.

1061. Діагональ перерізу циліндра, який паралельний його осі, дорівнює 6 см і утворює з площиною основи кут 45^0. Переріз відтинає від кола основи дугу 90^0. Знайдіть об'єм циліндра.

1062. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої, утворює з віссю циліндра кут β. Відстань від центра нижньої основи до даного відрізка дорівнює m. Знайдіть об'єм циліндра.

1063. Відрізок, що сполучає центр верхньої основи циліндра з точкою кола нижньої, утворює з віссю циліндра кут α. Відрізок, що сполучає центр нижньої основи і середину даного відрізка, дорівнює l. Знайдіть об'єм циліндра.

1064. Висота конуса дорівнює 24 см, а сума твірної і радіуса основи дорівнює 32 см. Знайдіть об'єм конуса.

1065. Радіус основи конуса дорівнює 6 см, а твірна на 4 см більша за висоту. Знайдіть об'єм конуса.

1066. Через вершину конуса проведено площину під кутом 45^0 до площини основи. Ця площина перетинає основу по хорді завдовжки $6\sqrt{3}$ см, яку видно із центра основи під кутом $120^{0.}$ Знайдіть об'єм конуса.

1067. Через дві твірні конуса проведено площину під кутом 60^0 до площини. Ця площина перетинає основу по хорді, яку видно із центра основи під прямим кутом. Знайдіть об'єм конуса, якщо його висота дорівнює 6 см.

1068. Твірна конуса утворює з його висотою кут α. Знайдіть об'єм конуса, якщо відстань від центра основи до твірної конуса дорівнює d.

1069. Твірна конуса утворює з площиною основи кут β. Знайдіть об'єм конуса, якщо відстань від центра основи до середини твірної дорівнює m.

1070. Три кулі, радіуси яких 1 дм, 2 дм і 3 дм, переплавили в одну. Знайдіть її радіус.

1071. Дві кулі, радіуси яких 4 см і 5 см, переплавили в одну. Знайдіть її радіус.

1072. Чавунний прямокутний паралелепіпед з лінійними розмірами 3 см, 4 см і 6 см переплавили в кулю. Знайдіть її радіус (з точністю до десятих сантиметра).

1073. Латунний куб з ребром 7 см переплавили в кулю. Знайдіть її радіус (з точністю до десятих сантиметра).

1074. У кулі, об'єм якої дорівнює 288π см^3, проведено переріз. Відрізок, що сполучає центр кулі з точкою кола даного перерізу, утворює з площиною перерізу кут 45^0. Знайдіть площу перерізу.

1075. Об'єм кулі дорівнює $\frac{2048}{3}\pi$ см^3. Перпендикуляр, проведений із центра кулі до площини перерізу кулі, утворює кут 30^0 з радіусом, проведеним у точку кола перерізу. Знайдіть площу перерізу.

1076. У циліндрі паралельно осі проведено переріз, що перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під прямим кутом. Площа перерізу, що утворився, $18\sqrt{3}$ см^2, а кут нахилу діагоналі перерізу до площини основи дорівнює 60^0. Знайдіть об'єм циліндра.

1077. У циліндрі паралельно осі проведено площину, що перетинає основу по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом 60^0. Площа перерізу, що утворився, $12\sqrt{3}$ см^2, а кут між діагоналлю перерізу і твірною циліндра дорівнює 60^0. Знайдіть об'єм циліндра.

1078. Переріз, паралельний осі циліндра, перетинає його основу по хорді, яка дорівнює b і стягує дугу β. Діагональ перерізу утворює з твірною кут α. Знайдіть об'єм циліндра.

1079. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу циліндра по хорді, що стягує дугу γ. Діагональ перерізу дорівнює d і нахилена до площини основи під кутом α. Знайдіть об'єм циліндра.

1080. Периметр осьового перерізу циліндра $2p$. діагональ перерізу утворює з площиною основи кут α. Знайдіть об'єм циліндра.

1081. Площа осьового перерізу циліндра дорівнює Q. Діагональ перерізу утворює з твірною кут β. Знайдіть об'єм циліндра.

1082. Прямокутний трикутник з катетами 6 см і 8 см обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть об'єм тіла обертання.

1083. Правильний трикутник зі стороною 6 см обертається навколо однієї із сторін. Знайдіть об'єм тіла обертання.

1084. Знайдіть об'єм конуса, твірна якого утворює з висотою кут α, а периметр осьового перерізу дорівнює $2p$.

1085. Знайдіть об'єм конуса, твірна якого утворює з площиною основи кут γ, а периметр осьового перерізу конуса дорівнює $2p$.

1086. Діаметр циліндра дорівнює його висоті. Чи поміститься в цьому циліндрі куля, об'єм якої удвічі менший ніж об'єм циліндра?

1087. Сторони трикутника дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Куля, об'єм якої дорівнює $\frac{500}{3}\pi$ см^3, дотикається до всіх сторін цього трикутника. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трикутника.

1088. Вершини правильного трикутника зі стороною 6 см належать кулі, обєм якої дорівнює $\frac{256}{3}\pi$ см^3. Знайдіть відстань від центра кулі до площини трикутника.

Площі поверхонь тіл обертання

1089. Знайти повну поверхню циліндра, радіус якого дорівнює 3 см. а висота — 7 см.

1090. Діаметр циліндра дорівнює 1 см, а висота дорівнює довжині кола основи. Знайти площу бічної поверхні циліндра.

1091. Обчислити бічну поверхню конуса, радіус якого дорівнює 4 см, а висота — 3 см.

1092. Висота конуса дорівнює 6 см, радіус основи — 8 см. Знайти бічну поверхню конуса.

1093. Твірна конуса дорівнює 5 см, висота — 4 см. Знайти площу його повної поверхні.

1094. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 20π см^2, а площа основи - 16π см^2. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

1095. Площа основи циліндра дорівнює 4π см^2, а площа бічної поверхні - 16π см^2. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

1096. Площа повної поверхні конуса дорівнює 18π см^2, а площа основи - 4π см^2. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

1097. Площа бічної поверхні конуса дорівнює 12π см^2, а площа повної поверхні – 21π см^2. Знайдіть площу основи.

1098. Знайдіть площі бічної та повної поверхонь циліндра, у якого радіус основи дорівнює 3 см, а висота – 5 см.

1099. Радіус основи циліндра дорівнює 4 см, а висота – 7 см. Знайдіть площі бічної та повної поверхонь циліндра.

1100. Радіус основи конуса дорівнює 7 см, а твірна – 9 см. Знайдіть площі бічної та повної поверхонь конуса.

1101. Знайдіть площі бічної та повної поверхонь конуса, у якого радіус основи дорівнює 2 см, а твірна – 3 см.

1102. Знайдіть площу поверхні кулі, радіус якої дорівнює:

1) 3 дм; 2) 7 см.

1103. Знайдіть площу поверхні кулі, радіус якої дорівнює:

1) 4 см; 2) 2 дм.

1104. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 30^0. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

1105. Осьовим перерізом циліндра є квадрат з діагоналлю $4\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

1106. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота – 15 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

1107. Діагональ осьового перерізу циліндра дорівнює 13 см, а радіус основи – 6 см. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

1108. Бічна поверхня циліндра дорівнює 24π см^2, а висота – 4 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1109. Бічна поверхня циліндра дорівнює 40π см^2, а радіус основи – 4 см. Знайдіть об'єм циліндра.

1110. Твірна конуса дорівнює 4 см і утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

1111. Радіус основи конуса дорівнює 5 см і утворює з твірною кут 60^0. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

1112. Прямокутний трикутник з гіпотенузою 10 см і катетом 6 см обертається навколо цього катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного конуса.

1113. Прямокутний трикутник з катетами 7 см і 24 см обертається навколо більшого катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного конуса.

1114. Осьовим перерізом конуса є прямокутний трикутник з гіпотенузою $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

1115. Осьовим перерізом конуса є рівносторонній трикутник з висотою $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

1116. У скільки разів збільшиться площа поверхні сфери, якщо її радіус збільшити у 3 рази?

1117. Знайти площу поверхні кулі, діаметр якої 10 см.

1118. Площа великого круга кулі дорівнює 20π см^2. Знайти площу поверхні кулі.

1119. Площа поверхні кулі дорівнює 64π см^2. Знайти діаметр кулі.

1120. Довжина кола великого круга кулі дорівнює 10π см. Знайти площу поверхні кулі.

1121. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 15π. Знайти площу осьового перерізу циліндра.

1122. Осьовим перерізом циліндра є квадрат зі стороною 8 см. Знайти бічну

поверхню циліндра.

1123. Осьовим перерізом циліндра є квадрат, площа якого дорівнює 16 $см^2$. Знайти повну поверхню циліндра.

1124. Площа поверхні і площа бічної поверхні циліндра дорівнюють 50 $см^2$ і 30 $см^2$. Знайти радіус і висоту циліндра.

1125. Осьовий переріз конуса — правильний трикутник, сторона якого дорівнює 6 см. Знайти бічну поверхню конуса.

1126. Площа осьового перерізу конуса 0,6 $см^2$. Висота конуса дорівнює 1,2 см. Знайти площу повної поверхні конуса.

1127. Площа основи конуса дорівнює 36 $см^2$, а його твірна — 10 см. Знайти площу бічної поверхні конуса.

1128. Кут між твірною і віссю конуса дорівнює 45° , а твірна — 6,5 см. Знайти площу бічної поверхні конуса.

1129. Твірна конуса дорівнює 14 см, а кут при вершині осьового перерізу — 60°. Знайти площу повної поверхні конуса.

1130. Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 60°. Знайти площу повної поверхні конуса.

1131. Площа основи конуса дорівнює *S*, а площа його поверхні — 3S. Під яким кутом нахилена твірна до площини основи?

1132. У кулі проведено по різні сторони від центра два паралельні перерізи: площі перерізів дорівнюють 49π $см^2$ і 4π $см^2$, а відстань між ними — 9 см. Знайти поверхню кулі.

1133. Поверхня кулі дорівнює 144π . Знайти об'єм кулі.

1134. Об'єм кулі дорівнює 36л $см^3$. Знайти поверхню кулі.

1135. Поверхні двох куль відносяться як 4:1. Як відносяться їх об'єми?

1136. У скільки разів зменшиться площа поверхні сфери, якщо її радіус зменшити у 2 рази?

1137. У якому випадку витрачається більше фарби: на фарбування однієї кулі діаметра 60 дм чи на фарбування 8 куль діаметра 2 дм, якщо матеріал усіх куль однаковий?

1138. Діаметр Сонця в 400 разів більший за діаметр Місяця. У скільки разів площа поверхні Сонця більша за площу поверхні Місяця?

1139. Об’єм кулі дорівнює 36π $см^3$. Знайдіть площу поверхні сфери, яка обмежує цю кулю.

1140. Площа поверхні сфери дорівнює 144π $см^2$. Знайдіть об’єм кулі, яку обмежує ця сфера.

1141. На відстані 5 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу завдовжки 24π см. Знайдіть площу сфери.

1142. Переріз кулі має площу 36π $см^2$ і віддалений від центра на 8 см. Знайдіть

площу сфери, що обмежує цю кулю.

1143. Хорда, що належить основі циліндра, дорівнює $6\sqrt{3}$ см і стягує дугу 120^0. Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром основи, утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.

1144. У циліндрі перпендикулярно до радіуса основи через його середину проведено переріз. У перерізі утворився квадрат з діагоналлю $6\sqrt{2}$ см. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

1145. Діагональ прямокутника дорівнює d і утворює зі стороною кут α. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, утвореного при обертанні прямокутника навколо осі, що проходить через цю сторону.

1146. Сторона прямокутника дорівнює a і утворює з діагоналлю кут β. Знайдіть площу повної поверхні циліндра, утвореного при обертанні прямокутника навколо осі, що проходить через іншу сторону.

1147. Відро циліндричної форми має висоту 5 дм, а діаметр дна 32 см. Скільки квадратних дециметрів листового заліза потрібно для виготовлення такого відра, якщо на шви слід додати 6% поверхні відра?

1148. Скільки квадратних метрів жесті піде на виготовлення труби завдовжки 4 м і діаметром 20 см, якщо на шви додають 5% поверхні труби?

1149. Висота конуса відноситься до його діаметра як 2 : 3, а твірна конуса дорівнює 10 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.

1150. Твірна конуса відноситься до діаметра як 13:24, а висота конуса дорівнює 10 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.

1151. Хорду, що належить основі конуса, з його вершини видно під кутом 60^0, а із центра основи – під прямим кутом. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює l.

1152. Хорду, що належить основі конуса, з його вершини видно під прямим кутом, а із центра основи – під кутом 120^0. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо радіус дорівнює $4\sqrt{3}$ см.

1153. Знайти площу бічної поверхні зрізаного конуса, якщо радіуси основ дорівнюють 3 і 6 см, а висота — 4 см.

1154. У зрізаному конусі радіуси основ дорівнюють 6 і 10 см, а твірна — 5 см. Знайти радіус циліндра такої ж висоти, повна поверхня якого була б рівновелика повній поверхні зрізаного конуса.

1155. Радіуси основ зрізаного конуса дорівнюють 5 і 11 см, а твірна — 10 см. Знайти площі бічної і повної поверхні зрізаного конуса.

1156. Доведіть, що повна поверхня конуса, осьовим перерізом якого є рівносторонній трикутник, рівновелика поверхні сфери, побудованої на його висоті як на діаметрі.

1157. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює S, а його об'єм — V. Знайти його висоту.

1158. Хорда довжиною *a* стягує в основі циліндра дугу φ. Висота циліндра дорівнює H. Знайти площу повної поверхні циліндра.

1159. Діагональ розгортки бічної поверхні циліндра утворює кут α з основою розгортки, довжина діагоналі дорівнює d. Знайти площу повної поверхні циліндра.

1160. Знайти площу бічної поверхні циліндра, якщо його радіус дорівнює r, а твірну із центра основи видно під кутом α.

1161. Через дві твірні конуса, кут між якими дорівнює α, проведено переріз, який утворює з площиною основи конуса кут β. Знайти площу бічної поверхні конуса, якщо його висота дорівнює *H.*

1162. Переріз конуса, який проходить через його вершину, перетинає основу конуса по хорді, яку видно з центра основи під кутом β. Площина перерізу утворює з висотою конуса кут φ. Знайти площу бічної поверхні конуса, якщо його висота дорівнює H.

1163. В основі конуса проведено хорду завдовжки *a,* яку видно із центра основи під кутом α, а з вершини конуса — під кутом β. Знайти площу бічної поверхні конуса.

1164. В основі конуса проведено хорду, яку видно із центра основи під кутом α, а із вершини конуса — під кутом β. Знайти площу бічної поверхні конуса, якщо відстань від центра основи до проведеної хорди дорівнює *d.*

1165. Вершини квадрата зі стороною 4 см належить сфері. Знайдіть площу поверхні сфери, якщо відстань від центра сфери до площини квадрата дорівнює 1 см.

1166. Вершина рівностороннього трикутника зі стороною 6 см належить сфері. Площина трикутника розташована на відстані 2 см від центра сфери. Знайдіть площу поверхні сфери.

1167. Площа перерізу циліндра, який проведено паралельно його осі і який відтинає від кола основи дугу 120^0, дорівнює Q. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

1168. Площа перерізу циліндра, який проведено паралельно його осі і який відтинає від кола основи дугу 90^0, дорівнює *M*. знайдіть площу бічної поверхні циліндра.

1169. Бічна поверхня циліндра становить половину його повної поверхні, а діагональ осьового перерізу - $4\sqrt{5}$ см. Знайдіть:

1) площу повної поверхні циліндра;
2) об’єм циліндра.

1170. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює площі його основи, а

діагональ осьового перерізу - $2\sqrt{17}$ см. Знайдіть:

1) площу повної поверхні циліндра;
2) об'єм циліндра.

1171. Рівнобедрений трикутник з основою 6 см і бічною стороною 5 см обертається навколо бічної сторони. Знайдіть площу поверхні утвореного тіла обертання.

1172. Прямокутний трикутник з катетами 3 см і 4 см обертається навколо гіпотенузи. Знайдіть площу поверхні утвореного тіла обертання.

1173. Кут при вершині в осьовому перерізі конуса дорівнює 120^0. Знайдіть градусну міру центрального кута в розгортці бічної поверхні конуса. (Відповідь округліть до градусів.)

1174. Кут при вершині в осьовому перерізі конуса дорівнює 90^0. Знайдіть градусну міру центрального кута в розгортці бічної поверхні конуса. (Відповідь округліть до градусів.)

1175. У кулі по один бік від центра проведено два паралельних перерізи, площі яких дорівнюють 255π см^2 і 576π см^2. Відстань між площинами перерізів дорівнює 13 см. Знайдіть площу поверхні сфери, що обмежує цю кулю.

1176. У кулі по різні боки від центра проведено два паралельних перерізи, площі яких дорівнюють 225π см^2 і 289π см^2. Відстань між площинами перерізів дорівнює 16 см. Знайдіть площу поверхні сфери, що обмежує цю кулю.

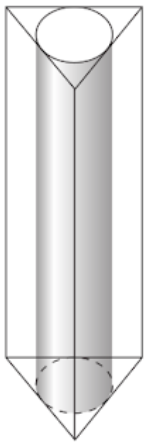
Завдання ЗНО

Комбінації тіл обертання та многогранників

1177. Об'єм циліндра дорівнює 48 см^3. Знайдіть об'єм конуса, радіус основи якого дорівнює радіусу основи циліндра, а висота вдвічі менша за висоту циліндра. (2010.п1)

А	Б	В	Г	Д
6 см^3	8 см^3	16 см^3	24 см^3	36 см^3

1178. Цукерку циліндричної форми висотою 10 см і радіусом основи 1 см запаковано в коробку, що має форму правильної трикутної призми (див. рисунок). Основи циліндра вписано у відповідні основи призми. Основи коробки (призми) виготовлено з поліетилену, а всі її бічні грані – з паперу. Визначте площу паперу, витраченого на виготовлення такої коробки. Укажіть відповідь, найближчу до точної. Витратами паперу на з'єднання граней коробки знехтуйте. (2021.п)



А	Б	В	Г	Д
55 см^2	75 см^2	105 см^2	115 см^2	135 см^2

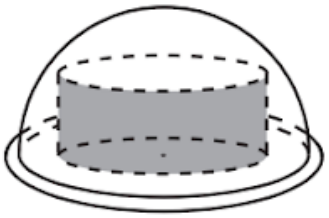
1179. У чотирикутну піраміду, в основі якої лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною 13 см і основами 18 см і 8 см, вписано конус.

Знайдіть площу бічної поверхні конуса $S_{\text{бічне}}$(у см^2), якщо всі бічні грані піраміди нахилені до площини основи під кутом 60^o. У відповіді запишіть значення $\frac{S_b}{\pi}$. (2011.о)

1180. У конус вписано піраміду, основою якої є прямокутний трикутник. Бічна грань, що містить один з катетів основи, утворює з площиною основи кут 60^o. Знайдіть об'єм піраміди (у см^3), якщо твірна конуса дорівнює 9 см і нахилена до площини основи під кутом 45^o. (2014.д)

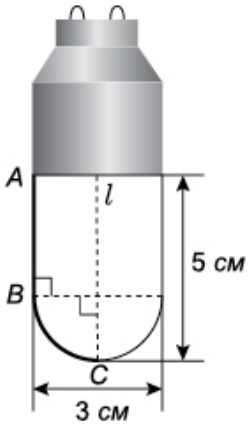
1181. Навколо конуса описано трикутну піраміду, площа основи якої дорівнює $50\sqrt{3}$, а периметр основи - 50. Визначте об'єм V цього конуса, якщо довжина його твірної дорівнює 4. У відповідь запишіть значення $\frac{V}{\pi}$.(2015.о)

1182. Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть найбільше з наведених значень, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.(2013.о2)



А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	6 см	7 см	8 см

1183. На рисунку зображено осьовий переріз світлодіодної лампи. Активна поверхня цієї лампи, через яку відбувається випромінювання світла, є тілом обертання, утвореним обертанням відрізка АВ та чверті кола ВС навколо осі l. Використовуючи зазначені на рисунку дані, обчисліть площу активної поверхні світлодіодної лампи. Виберіть відповідь, найближчу до точної. (2015.д).



А	Б	В	Г	Д
39 см^2	42 см^2	45 см^2	48 см^2	51 см^2

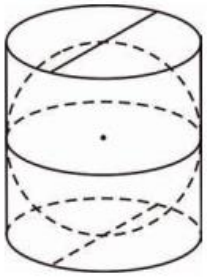
1184. У кулю, радіус якої дорівнює 5 см, уписано циліндр. Визначте відношення об'єму циліндра до об'єму кулі, якщо радіус основи циліндра дорівнює 4 см. Відповідь запишіть десятковим дробом. (2015.п1)

1185. Бічна грань правильної чотирикутної піраміди нахилена до площини основи під кутом 60^0. Визначте об'єм (у см^3) цієї піраміди, якщо радіус вписаної в неї кулі дорівнює 3 см. (2015.д)

1186. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник із кутом 15^0. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 60^0. Радіус кулі,

описаної навколо піраміди, дорівнює 6 см. Обчисліть об'єм піраміди (у см^3). (2011.п)

1187. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6. Бічне ребро піраміди нахилене до площини її основи під кутом 60^o. Обчисліть площу S сфери, описаної навколо піраміди. У відповіді запишіть значення $\frac{S}{\pi}$. (2010.п2)



1188. У склянку циліндричної форми, наповнену водою по самі вінця, поклали металеву кульку, що дотикається до дна склянки та стінок (див. рисунок). Визначте відношення об’єму води, яка залишилася в склянці, до об’єму води, яка вилилася зі склянки.(2008.о)

А	Б	В	Г	Д
1:π	2:π	1:2	2:3	1:3

1189. Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких — 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехтуйте.(2009.о)

1190. Металева куля радіуса $R = \sqrt[3]{16}$ перелита на конус, висота якого 8 см. Знайдіть відношення площі бічної поверхні конуса до площі його основи. (2009.п)

1191. У правильну чотирикутну піраміду вписано сферу, площа якої дорівнює 36π см^2. Бічна грань піраміди нахилена до площини її основи під кутом 60^o. Знайдіть об’єм піраміди (у см^3). (2010.п1)

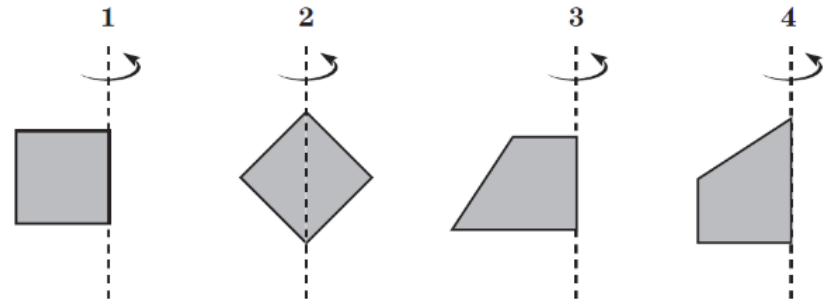
1192. Навколо правильної трикутної призми описано сферу радіуса 6 см. Радіус сфери, проведений до вершини призми, утворює з бічним ребром кут 30^o. Визначте об’єм призми (у см^3). (2012.п)

Відповідності

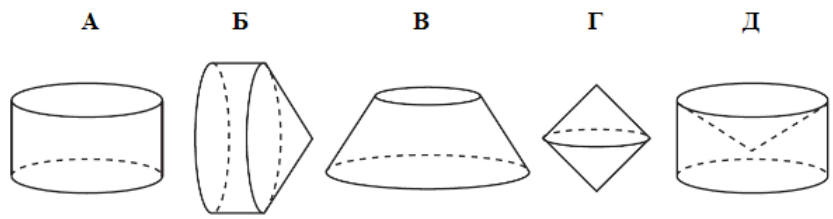
1193. Установіть відповідність між фігурою (1-4) і тілом обертання (А-Д), утвореним унаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром. (2017.д)

Фігура

квадрати *прямокутні трапеції*



Тіло обертання



1194. Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1-4), та формулою (А-Д) для обчислення його об'єму V. (2013.о2)

Тіло обертання *Об'єм*

1 квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)

2 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)

3 прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)

4 круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

А $V=\frac{1}{3}\pi a^3$

Б $V=\frac{9}{16}\pi a^3$

В $V=\frac{2}{3}\pi a^3$

Г $V=\pi a^3$

Д $V=2\pi a^3$

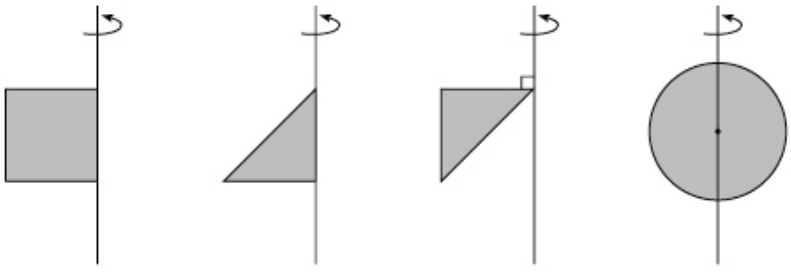
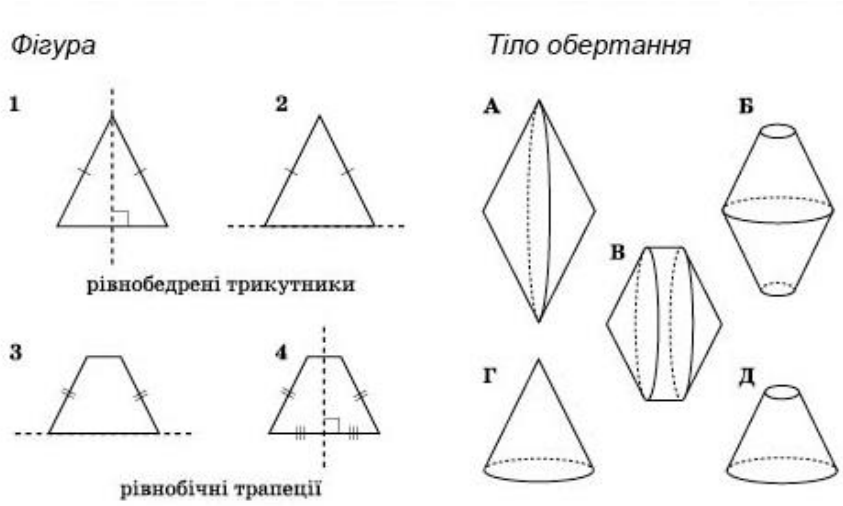


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4

1195. Установіть відповідність між фігурою (1-4) і тілом обертання (А-Д), яке утворено внаслідок обертання цієї фігури навколо прямої, зображеної пунктиром. (2013.о1)



1196. Установіть відповідність між вимірами циліндра (1-3) та правильним щодо нього твердженням (А-Д). (2020.о)

Виміри циліндра	*Твердження щодо циліндра*
	А циліндр утворено обертанням прямокутника зі сторонами 4 та 6 навколо більшої сторони
1 радіус основи дорівнює 6, висота – 4	**Б** площа основи циліндра дорівнює 12π
2 радіус основи дорівнює 2, висота – 6	**В** твірна циліндра дорівнює 4
3 радіус основи дорівнює 4, висота - 6	**Г** площа бічної поверхні циліндра дорівнює 24π
	Д об’єм циліндра дорівнює 48π

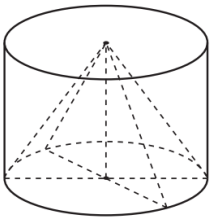
1197. Установіть відповідність між вимірами конуса (1-3) та правильним щодо нього твердженням (А-Д). (2020.д)

Виміри конуса	*Твердження щодо конуса*
	А конус утворено обертанням рівностороннього трикутника зі стороною 6 навколо його висоти
1 радіус основи дорівнює 6, висота - $3\sqrt{3}$	**Б** діаметр основи конуса дорівнює 12
2 радіус основи дорівнює 3, висота - $3\sqrt{3}$	**В** твірна конуса дорівнює 12
3 радіус основи дорівнює 4, висота - 3	**Г** площа бічної поверхні конуса дорівнює 20π
	Д об’єм конуса дорівнює $108\sqrt{3}\pi$

1198. Циліндр і конус мають рівні об’єми та рівні радіуси основ. Площа основи циліндра дорівнює 25π см^2, а його об’єм — 100π см^3. До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (2018.о)

Тіло	*Об’єм*
	А 4 см
1 Висота циліндра дорівнює	**Б** 5 см
2 Висота конуса дорівнює	**В** 8 см
3 Радіус основи циліндра дорівнює	**Г** 12 см
4 Твірна конуса дорівнює	**Д** 13 см

1199. У циліндр з радіусом основи 3 см і висотою 4 см вписано конус (див. рисунок). До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (2018.д)

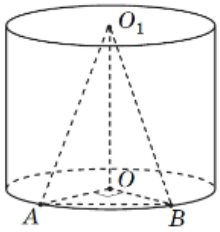


Запитання	*Відповідь на запитання*
1 Площа бічної поверхні циліндра дорівнює	**А** 9π см^2 **Б** 12π см^2
2 Площа повної поверхні циліндра дорівнює	**В** 15π см^2 **Г** 24π см^2
3 Площа основи конуса дорівнює	Д 42π см^2
4 Площа бічної поверхні конуса дорівнює	

1200. Радіус основи конуса дорівнює r, а твірна — l. До кожного початку речення (1-4) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження. (2017.о)

Запитання	*Відповідь на запитання*
1 Якщо площа бічної поверхні конуса втричі більша за площу його основи, то	**А** l=2r
2 Якщо висота конуса дорівнює радіусу його основи, то	**Б** l= $\sqrt{2}r$
3 Якщо проекція твірної на площину основи конуса удвічі менша за твірну, то	**В** l=3r
4 Якщо площа повної поверхні конуса дорівнює $5\pi r^2$, то	**Г** l=4r
	Д l=r

1201. У циліндрі з центрами основ O і O_1 проведено хорду AB в нижній основі (див. рисунок). $\angle AOB = 90^0$, $\angle OBO_1 = 60^0$. Площа основи циліндра дорівнює 9π. Установіть відповідність між величиною (1—4) та її значенням (А—Д). (2017.п)



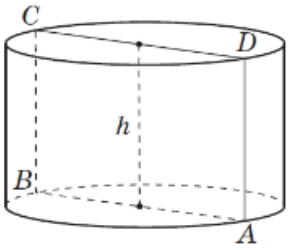
Величина	*Значення величини*	
1 радіус основи циліндра	**А** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$	**Б** 3
2 довжина хорди AB	**В** $9\sqrt{3}$	**Г** $3\sqrt{2}$
3 висота циліндра	Д $3\sqrt{3}$	
4 об’єм піраміди O_1AOB		

1202. Установіть відповідність між перерізами геометричних тіл (1–4) та їхніми назвами (А–Д). (2010.о2)

Переріз	*Назва перерізу*
1 діагональний переріз правильної шестикутної призми	**А** круг
2 переріз циліндра площиною, що перетинає його твірну і перпендикулярна до неї	**Б** коло
3 переріз конуса площиною, що проходить через його вершину та хорду основи	**В** шестикутник
	Г прямокутник
	Д трикутник

4 переріз сфери площиною, що проходить через дві різні точки сфери

1203. На рисунку зображено циліндр, радіус основи якого дорівнює 6, а висота – h, Чотирикутник ABCD – осьовий переріз цього циліндра. До кожного початку речення (1–4) доберіть його закінчення (А–Д) так. щоб утворилося правильне твердження. (2016.д)



Початок речення	*Закінчення речення*
1 Периметр чотирикутника ABCD дорівнює 36, якщо	**А** h = 3
2 Площа чотирикутника ABCD дорівнює 42, якщо	**Б** h = 3,5
3 Об'єм циліндра дорівнює 108π, якщо	**В** h = 4
4 Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 48π, якщо	**Г** h = 4,5
	Д h = 6

1204. Довжина кола основи конуса дорівнює 36, твірна нахилена до площини основи під кутом 30^{o} . Установіть відповідність між відрізком (1–3) і його довжиною (А – Д).

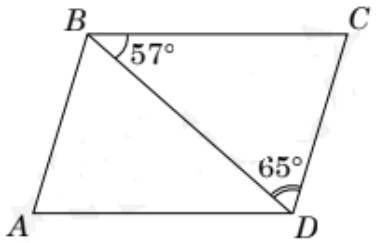
Виміри циліндра	*Твердження щодо циліндра*
1 радіус основи конуса	**А** $6\sqrt{3}$
2 висота конуса	**Б** 18
3 радіус сектора, що є розгорткою бічної поверхні конуса	**В** $12\sqrt{3}$
	Г 6
	Д 36

Розділ 7. ПІДГОТОВКА ДО НМТ

ВАРІАНТ 1

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. У паралелограмі *ABCD* діагональ *BD* утворює зі сторонами *BC* і *CD* кути 57^0 і 65^0 (див. рисунок). Визначте градусну міру кута *ABC*.



А	Б	В	Г	Д
122^0	58^0	98^0	132^0	112^0

2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \frac{8}{x} = -2, \\ x + \frac{y}{2} = 0. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
(-4; -8)	(-4; 8)	(0,25; -0,5)	(-0,25; 0,5)	(4; -8)

3. Доберіть закінчення речення так, щоб утворилося правильне твердження: «Висота конуса та його твірна лежить на прямих, що…
А лежать в одній площині».
Б паралельні».
В не мають спільних точок».
Г перпендикулярні».
Д мимобіжні».

4. Знайдіть значення виразу $\frac{1}{3}m + \frac{1}{5}n$, якщо m = -18, n = 55.

А	Б	В	Г	Д
-5	-17	2	5	17

5. Ціна акції компанії зросла на 600 *грн*, що становить 5% від її початкової ціни. Якою була початкова ціна акції?

А	Б	В	Г	Д
120 000 *грн*	12 000 *грн*	30 000 *грн*	1200 *грн*	3 000 *грн*

6. $\frac{(x^5)^2}{x^{-5}} =$

А	Б	В	Г	Д
x^2	x^{12}	x^{15}	x^{-2}	x^5

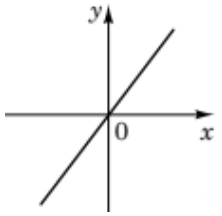
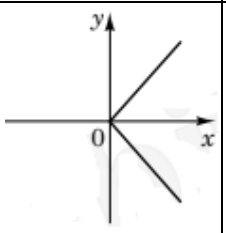
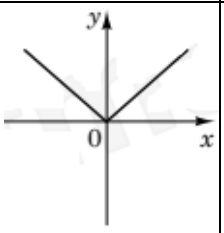
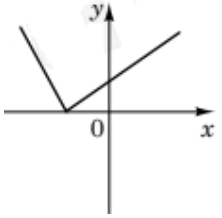
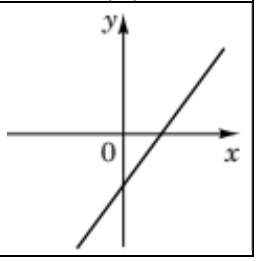
7. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Існує трапеція, у якої одна з бічних сторін перпендикулярна до її основ.
II. Існує трапеція, у якої суми протилежних сторін рівні.
III. Існує трапеція, у якої суми протилежних кутів рівні.

А	Б	В	Г	Д
лише I	лише II	лише III	лише II та III	I, II та III

8. Скільки всього цілих чисел містить проміжок $[-1;\ \log_4 16]$?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	5	6

9. Укажіть графік непарної функції.

А	Б	В	Г	Д
				

10. Комп'ютерна програма видаляє у п'ятицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 37281 буде видалено цифру 1 або цифру 2?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$

11. Визначте об'єм правильної чотирикутної піраміди, площа основи якої дорівнює 36 см^2, а висота дорівнює стороні основи.

А	Б	В	Г	Д
36 см^3	72 см^3	144 см^3	432 см^3	216 см^3

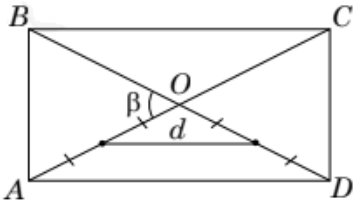
12. Розв'яжіть нерівність $x^2 + 2x - 15 \geq 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$	$[-5; 3]$	$[3; +\infty)$	$(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$	$[-3; 5]$

13. В арифметичній прогресії (a_n) перший член $a_1 = 18{,}5$, різниця $d = -2{,}5$. Скільки всього *додатних* членів має ця прогресія?

А	Б	В	Г	Д
6	7	8	9	10

14. Діагоналі BD і AC прямокутника $ABCD$ перетинаються в точці O, $\angle AOB = \beta$ (див. рисунок). Відстань між серединами відрізків AO і DO дорівнює d. Знайдіть площу цього прямокутника.



А	Б	В	Г	Д
$2d^2 tg\frac{\beta}{2}$	$4d^2 tg\frac{\beta}{2}$	$4d^2 sin\frac{\beta}{2}$	$\frac{4d^2}{tg\frac{\beta}{2}}$	$\frac{2d^2}{cos\frac{\beta}{2}}$

15. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $4^x \cdot 5^x = \frac{1}{400}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -10)$	$[-10; -2)$	$[-2; -0{,}5)$	$[-0{,}5; 2)$	$[2; +\infty)$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між твердженням (1–3) та функцією (А – Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

1 функція має 2 нулі

2 на відрізку [–1; 3] функція набуває від'ємних значень

3 найменше значення функції на відрізку [–1; 3] дорівнює 0,5

Функція

А $y = x^2 - 4$

Б $y = \frac{1}{x-4}$

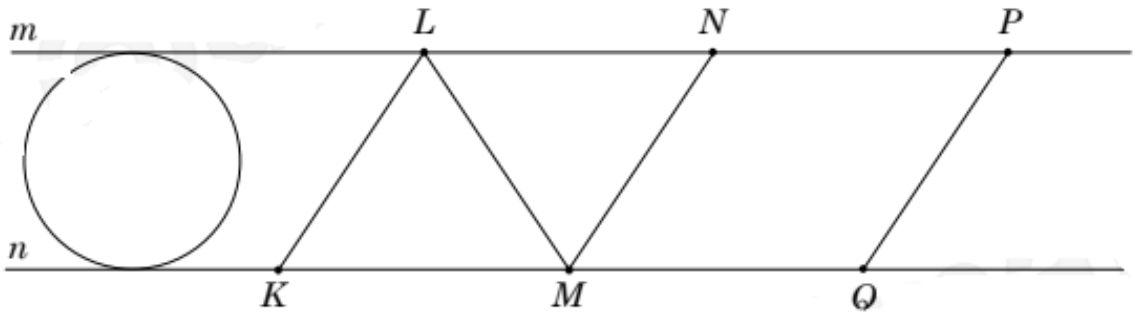
В $y = 2^x$

Г $y = 0{,}5^x$

Д $y = \sqrt{x+1}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. Круг, площа якого 36 см^2, дотикається до паралельних прямих m і n (див. рисунок). Точки L, N, P належать прямій m, а точки K, M, Q – прямій n. Трикутник KLM рівносторонній. $MNPQ$ – ромб, площа якого 156. Установіть відповідність між відрізом (1–3) та його довжиною (А – Д).



Відрізок

1 діаметр круга

2 довжина сторони трикутника KLM

3 довжина сторони ромба $MNPQ$

Довжина відрізка

А $8\sqrt{3}$

Б 6

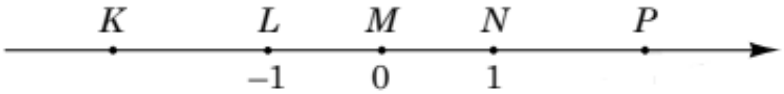
В 12

Г 13

Д 15

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Узгодьте вираз (1–3) з точкою (А – Д) на координатній прямій, координатою якої є значення виразу.



Вираз

1 $\log_{\sqrt{2}} \cos 360^0$

2 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

Точка

А K

Б L

3 $1-\left(\sqrt{2}\right)^2$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

В M
Г N
Д P

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

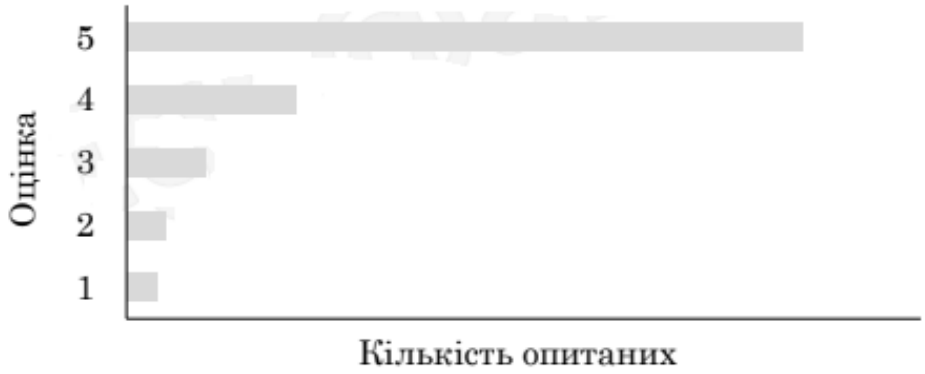
19. Обчисліть $f'(-1)+\int_1^2 f(x)dx$, якщо $f(x)=4x^3-3$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є квадрат *ABCD*. Точки *K*(3; –5; 7) і *M*(11; 1; –3) є серединами сторін *AD* і *CD* відповідно. Обчисліть площу *S* бічної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. На діаграмі відображено результати опитування 1000 клієнтів, які ставили оцінки від 1 до 5. Середня оцінка склала 4,2 бали. За відгуками тих відвідувачів, які оцінили роботу від 1 до 4 включно, середня оцінка 2,5 бали. Скільки людей поставили оцінку «5»?



Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Визначте кількість усіх цілих значень a з проміжку [–11; 11], за кожного з яких рівняння $\sqrt{2x-a+4}\cdot(\log_2 x-2)=0$ має два різних корені.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

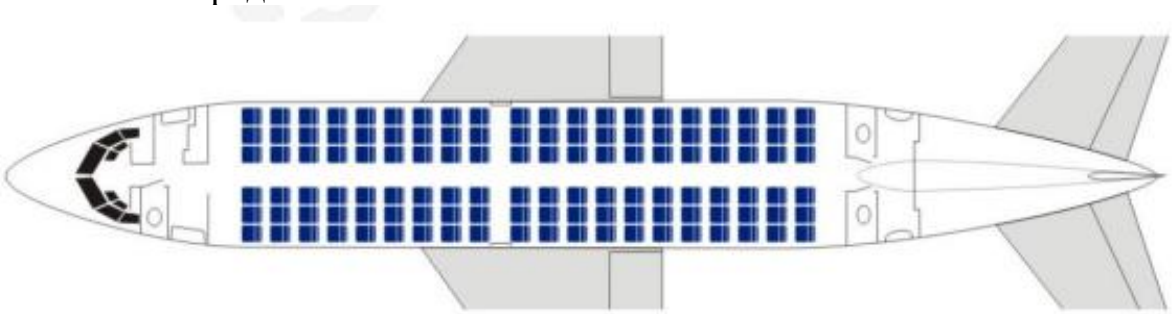
ВАРІАНТ 2

Завдання 1–15 мають по п’ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. $\left(\frac{5}{2}\right)^2 =$

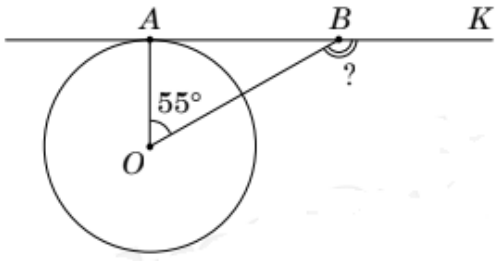
А	Б	В	Г	Д
3,5	6,25	4,5	5	12,5

2. Місця в літаку розташовані у 20 рядів, у кожному ряді є по 3 місця, розділені проходом, ліворуч і праворуч від проходу (див. рисунок). Комп’ютерна програма випадковим чином обирає місце для пасажира. Визначте ймовірність того, що пасажиру дістанеться перший або останній ряд.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$

3. До кола з центром у точці O проведено дотичну AK, A – точка дотику (див. рисунок). На AK вибрано точку B так, що $\angle AOB = 55^0$. Знайдіть градусну міру кута OBK.



А	Б	В	Г	Д
145^0	55^0	135^0	155^0	125^0

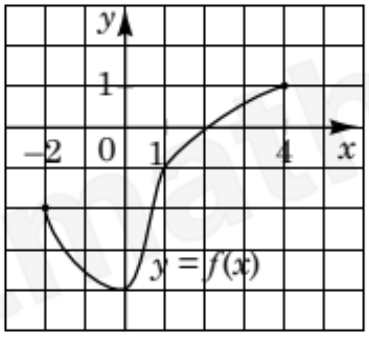
4. Точка A розташована всередині сфери з центром у точці O. Укажіть найменше можливе значення діаметра цієї сфери, якщо $OA = 6$.

А	Б	В	Г	Д
15	7	18	13	11

5. Розв’яжіть рівняння $\frac{3x}{x-2} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
3	2	-3	0	-2

6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 4]$. Укажіть точку перетину графіка функції $y = f(x + 1)$ з віссю y.



А	Б	В	Г	Д
(1; 0)	(3; 0)	(0; -3)	(0; -4)	(0; -1)

7. У магазині одягу всі футболки коштують 300 грн. У магазині діє акція: отримай знижку на одиницю другого товару. Скільки гривень має заплатити покупець за дві такі футболки разом, якщо за умовами акції за другу футболку він має заплатити на 40 % менше?

А	Б	В	Г	Д
180 *грн*	450 *грн*	420 *грн*	120 *грн*	480 *грн*

8. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Існує ромб, діагональ якого дорівнює сумі двох протилежних сторін.

II. Існує ромб, сума протилежних кутів якого дорівнює 20□.

III. Існує ромб, діагональ якого ділить його на два правильні трикутники.

А	Б	В	Г	Д
лише II	Лише I та II	лише III	лише II та III	I, II та III

9. Визначте об'єм конуса, твірна якого дорівнює 13 см, а висота – 12 см.

А	Б	В	Г	Д
156π см^3	325π см^3	100π см^3	60π см^3	300π см^3

10. Розкладіть на множники $x^2 - 6x + 5$.

А (x + 1)(x – 5)

Б (x – 2)(x – 3)

В (x + 1)(x + 5)

Г (x – 1)(x – 5)

Д (x + 2)(x + 3)

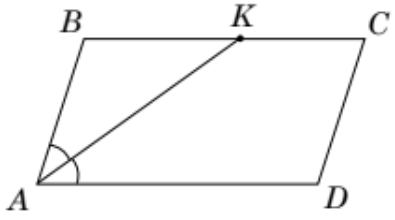
11. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $5^{3x} \cdot 5^{-2x} = \frac{1}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -1]$	$(-1; -0{,}5]$	$(-0{,}5; 0]$	$(0; 0{,}5]$	$(0{,}5; +\infty)$

12. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\sqrt{5} \cdot \sqrt{6}$.

А	Б	В	Г	Д
$(0; 2]$	$(2; 4]$	$(4; 6]$	$(6; 8]$	$(8; 10]$

13. У паралелограмі $ABCD$ бісектриса кута A перетинає сторону BC в точці K так, що $BK : KC = 4 : 3$ (див. рисунок). $AK = b$, $\angle KAD = \alpha$. Знайдіть периметр цього паралелограма.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{4b}{11\cos\alpha}$	$\frac{11b}{4tg\alpha}$	$\frac{11b}{4cos\alpha}$	$\frac{36b}{cos\,\alpha}$	$\frac{11b}{4sin\alpha}$

14. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x^2 + 4 \geq 0, \\ 2(3x - 5) - 6 < x + 8. \end{cases}$

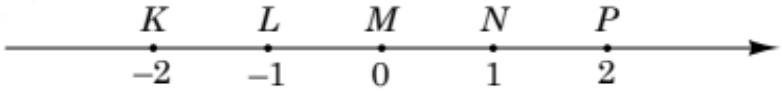
А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2] \cup [2; 4{,}8)$	$(-\infty; 4{,}8)$	$(-\infty; 2]$	$[2; 4{,}8)$	$(-\infty; -2]$

15. У геометричній прогресії (b_n) відомо, що $b_3 = 24$, $b_4 = 12$. Визначте перший член b_1 цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
36	48	72	96	192

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Узгодьте вираз (1–3) з точкою (А – Д) на координатній прямій, координатою якої є значення виразу.



Вираз

1 $2\pi \cdot \pi^{-1}$

2 $tg\frac{5\pi}{4}$

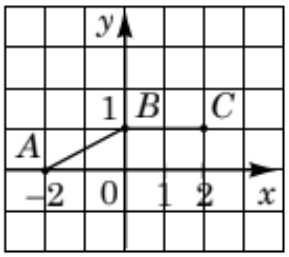
3 $\log_{\pi}\frac{1}{\pi^2}$

Точка

А K
Б L
В M
Г N
Д P

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. У прямокутній системі координат на площині зображено ламану ABC, $A(-2; 0)$, $B(0; 1)$, $C(2; 1)$ (див. рисунок). Установіть відповідність між функцією (1–3) та кількістю спільних точок (А – Д) її графіка з ламаною ABC.



Функція

1 $y = 2 - x^2$

2 $y = \sin x$

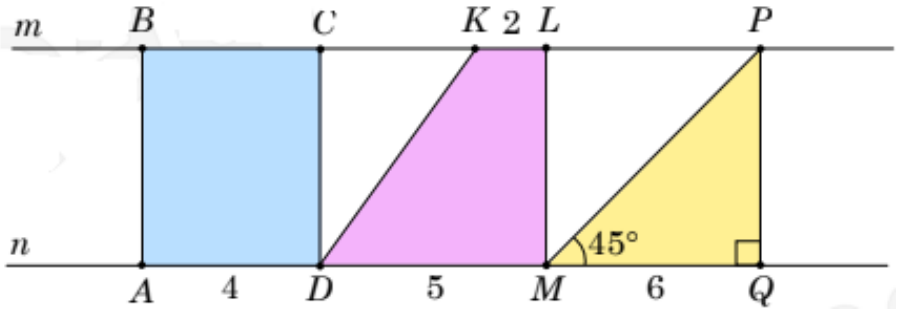
3 $y = \log_5 x$

Кількість спільних точок

А жодної
Б одна
В дві
Г три
Д більше трьох

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. На паралельних прямих m та n побудовано прямокутник $ABCD$, прямокутну трапецію $DKLM$ і прямокутний трикутник MQP (див. рисунок). Користуючись даними на рисунку, узгодьте фігуру (1–3) з її площею (А – Д).



Фігура	*Площа фігури*
1 Прямокутник ABCD	**А** 12
2 Трапеція DKLM	**Б** 18
3 Трикутник MQP	**В** 21
	Г 24
	Д 36

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Обчисліть інтеграл $\int_1^4 \frac{x^2-5^2}{x-5}\,dx$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. Олена планує придбати горіхи в кіоску. Їй потрібно придбати 500 г фундука, 300 г кеш'ю та 200 г волоських горіхів. Користуючись даними в таблиці, знайдіть середню вартість (у грн) за 100 г придбаних Оленою горіхів.

Найменування товару	Ціна
Фундук	250 грн/кг
Кеш'ю	400 грн/кг
Волоський горіх	150 грн/кг

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. У прямокутній системі координат у просторі задано правильну трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, у якій $A(2; -8; 10)$. Усі ребра призми рівні. Діагоналі грані BCC_1B_1 перетинаються в точці $K(12; -2; 7)$. Обчисліть площу бічної поверхні цієї призми.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Визначте кількість усіх *від'ємних* цілих значень a, за кожного з яких рівняння $(\sqrt{4x-2a-4}-3)\cdot(\lg^2 x+1)=0$ має корінь.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

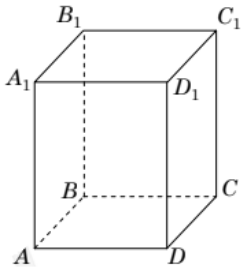
ВАРІАНТ 3

Завдання 1–15 мають по п’ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. В Андрія є 25 кульок: 7 синіх і по 6 зелених, жовтих та червоних. Щоб визначити першочергову справу у вихідний день, хлопець навмання вибирав одну кульку: якщо вибере синю кульку, буде робити домашнє завдання, а якщо іншого кольору – піде на баскетбол. Визначте ймовірність того, що Андрій піде на баскетбол.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{18}{25}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{25}$

2. На рисунку зображено пряму чотирикутну призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка паралельна грані AA_1D_1D.

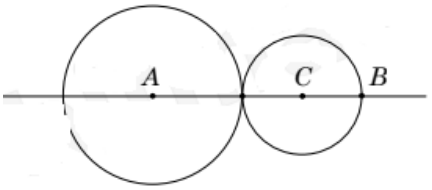


А	Б	В	Г	Д
C_1D	A_1B	CB_1	C_1D_1	BD

3. Укажіть число, що є розв’язком нерівності $\left(\frac{4}{3}-2\right)(x-2)<0$.

А	Б	В	Г	Д
2	-3	-2	0	3

4. На прямій АВ два кола з центрами в точках A і C мають зовнішній дотик, точка B належить меншому колу (див. рисунок). Обчисліть відстань AB, якщо радіуси кіл дорівнюють 8 *см* і 5 *см*.



А	Б	В	Г	Д
26 *см*	18 *см*	16 *см*	13 *см*	21 *см*

5. $(a-b)(3a+3b)=$

А	Б	В	Г	Д
$9a^2-9b^2$	$6a-6b$	$9a^2+9b^2$	$3a^2-3b^2$	$3a^2+3b^2$

6. Площа основи трикутної піраміди дорівнює площі квадрата зі стороною 5 *см.* Визначте об’єм піраміди, якщо вершина віддалена на 24 *см* від площини основи.

А	Б	В	Г	Д
600 $см^3$	300 $см^3$	160 $см^3$	200 $см^3$	480 $см^3$

7. $|1-0{,}5-2|=$

А	Б	В	Г	Д
2	1,25	0	1	3

8. В одному мегабайті міститься 2^{10} кілобайт. Скільки кілобайт у 16 мегабайтах?

А	Б	В	Г	Д
2^{14}	2^{18}	32^{10}	2^{13}	2^{40}

9. Які з наведених тверджень є правильними?

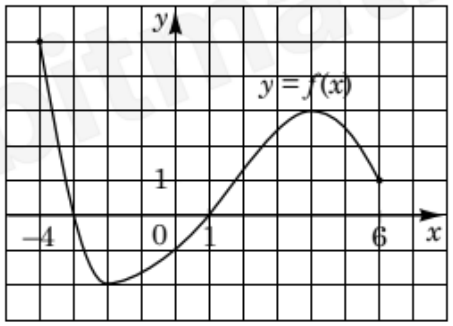
I. Будь-який ромб є паралелограмом.

II. Центр вписаного в будь-який ромб кола лежить на перетині бісектрис його кутів.

III. Менша діагональ будь-якого ромба ділить його на 2 правильні трикутники.

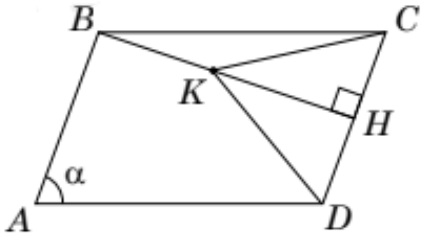
А	Б	В	Г	Д
лише I	Лише II	лише I та II	лише I та III	I, II та III

10. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 6]$. Укажіть різницю між найбільшим і найменшим значенням функції $f(x)$ на цьому проміжку.



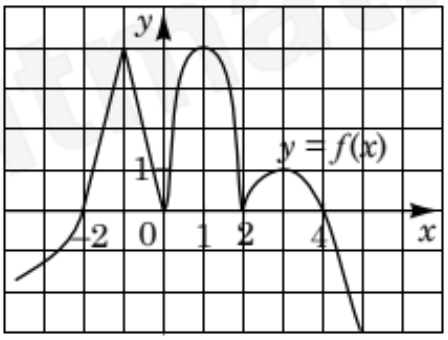
А	Б	В	Г	Д
7	3	10	5	6

11. У паралелограмі $ABCD$ проведено висоту BH. На BH вибрано точку K так, що трикутник CKD є правильним (див. рисунок). Знайдіть площу цього паралелограма, якщо периметр трикутника CKD дорівнює 18, $\angle A = \alpha$.



А	Б	В	Г	Д
$18tg\alpha$	$\frac{18}{tg\alpha}$	$18\sin\alpha$	$\frac{6}{\cos\alpha}+12$	$9tg\alpha$

12. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $(-\infty; +\infty)$. Укажіть правильну подвійну нерівність, якщо $a = \int_{-2}^{0} f(x)dx$, $b = \int_{0}^{2} f(x)dx$, $c = \int_{2}^{4} f(x)dx$.



А	Б	В	Г	Д
$a < b < c$	$b < c < a$	$c < a < b$	$c < b < a$	$b < a < c$

13. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \frac{2}{y} = \frac{7}{x}, \\ x - 4y = 2 \end{cases}$. Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок системи, то $x_0 + y_0 =$

А	Б	В	Г	Д
22	-10	-18	10	18

14. Розв'яжіть рівняння $\frac{9}{\sqrt{5x-2}} = \sqrt{5x-2}$.

А	Б	В	Г	Д

1,4	81	1	16,6	2,2

15. Обчисліть $\log_2 \frac{16}{a}$, якщо $\log_2 a = 0{,}5$.

А	Б	В	Г	Д
8	4,5	3,5	5	16

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та проміжком (А – Д), якому належить значення цього виразу.

Вираз

1 $cos\frac{\pi}{3}$

2 $2\pi - 5$

3 $\log_3 \pi - \log_3(3\pi)$

Проміжок

А [–4; –1)

Б [–1; 0)

В [0; 1)

Г [1; 2)

Д [2; 5)

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. Установіть відповідність між функцією (1–3) та кількістю спільних точок (А – Д) її графіка з прямою $y = -1$.

Функція

1 $y = \frac{2}{x}$

2 $y = x^2 - 4$

3 $y = \sin x$

Кількість спільних точок

А жодної

Б одна

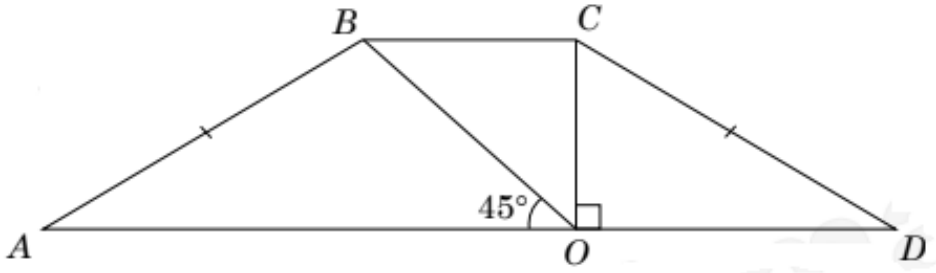
В дві

Г три

Д більше трьох

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. У рівнобічній трапеції *ABCD (BC | | AD)* проведено висоту *CO* (див. рисунок). Середня лінія трапеції дорівнює 23 см, *AD* = 38 см, $\angle AOB = 45^0$. До кожного відрізка (1–3) доберіть його довжину (А – Д).



Відрізок

1 BC

2 OD

3 AB

Довжина відрізка

А 8 *см*

Б 12 *см*

В 15 *см*

Г 17 *см*

Д 18 *см*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Задано функцію $f(x) = \begin{cases} 30, \text{якщо } x < -2, \\ 2x^4 + x, \text{якщо } x \geq -2. \end{cases}$ Обчисліть $f(-3) - f'(2)$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є прямокутник *ABCD*. Висота й радіус основи циліндра є рівними. Обчисліть площу *S* повної поверхні циліндра, якщо *A*(–10; 8; 3), *C*(0; –7; 8). У відповідь запишіть значення *S*.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. На діаграмі наведено відвідуваність сеансу одного фільму в кінотеатрі протягом 6 робочих днів. На скільки відсотків кількість глядачів на найбільш відвідуваному сеансі перевищує середню кількість глядачів за ці 6 днів?



Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Знайдіть суму всіх цілих значень параметра a, за яких усі корені рівняння $4^x - 15 \cdot 2^x - 4a^2 + 30a = 0$ є додатними.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ВАРІАНТ 4

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. На дитячій каруселі є 19 місць для катання: човни, літаки та машинки (див. рисунок). Микита навмання обирає собі місце на каруселі. Визначте ймовірність того, що він сяде не на літак.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{15}{19}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{14}{19}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{19}$

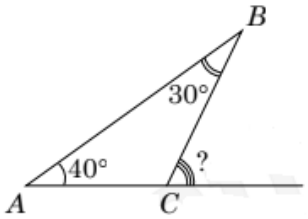
2. Укажіть тіло обертання, у якого твірні паралельні осі обертання.

А	Б	В	Г	Д
сфера	конус	куля	циліндр	призма

3. Знайдіть значення виразу $5{,}6^{\log_{5,6} 12}$.

А	Б	В	Г	Д
5,6	12	6,4	67,2	17,6

4. У трикутнику ABC $\angle A = 40^0$, $\angle B = 30^0$ (див. рисунок). Визначте градусну міру зовнішнього кута при вершині C.



А	Б	В	Г	Д
80^0	50^0	70^0	60^0	110^0

5. Розв'яжіть рівняння $\frac{x^2}{2} = 32$.

А	Б	В	Г	Д
-4; 4	4	-8; 8	32	8

6. Скільки всього цілих чисел містить проміжок $[-4;\ \sqrt{11}]$.

А	Б	В	Г	Д
5	6	7	8	9

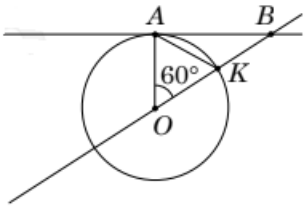
7. У 100 г чорної смородини міститься приблизно 0,25 г вітаміну С. Норма вітаміну С для дорослої людини на день становить 0,075 г. Визначте *найбільшу* кількість смородини, у якій кількість вітаміну С не перевищує норму.

А	Б	В	Г	Д
30 *г*	50 *г*	10 *г*	5 *г*	2 *г*

8. Спростіть вираз $\frac{6x+12}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
2x + 12	*2x + 4*	*6x + 4*	*3x + 12*	*3x + 4*

9. До кола із центром у точці *O* проведено дотичну *AB*, яка дотикається кола в точці *A*. Пряма *OB* перетинає коло в точці *K* так, що ∠AOK = 60^0. Які з наведених тверджень є правильними?



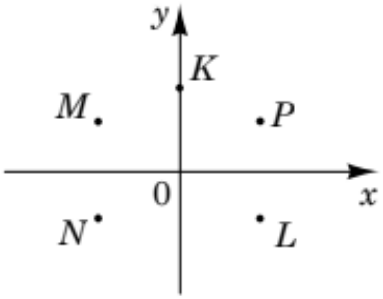
I. *AK = OA.*

II. *AO = BK.*

III. *AB = 2AO.*

А	Б	В	Г	Д
лише I	Лише II	лише I та II	лише I та III	I, II та III

10. У прямокутній системі координат *xy* зображено п'ять точок: *K*, *L*, *M*, *N* та *P*. Укажіть точку, через яку може проходити графік функції $y = \sqrt{x}$.



А	Б	В	Г	Д
K	*L*	*M*	*N*	*P*

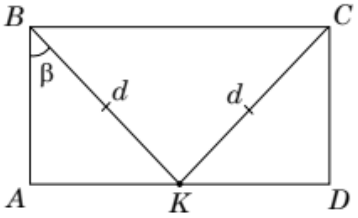
11. Основою чотирикутної піраміди є ромб зі стороною 10 см. Менша діагональ ромба дорівнює 12 см. Знайдіть об'єм цієї піраміди, якщо її висота дорівнює стороні основи.

А	Б	В	Г	Д
640 *см*^{3}	1200 *см*^{3}	480 *см*^{3}	960 *см*^{3}	320 *см*^{3}

12. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq 27^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 2]$	$[-1; +\infty)$	$(-\infty; 4]$	$[2; +\infty)$	$(-\infty; -1]$

13. У прямокутнику *ABCD* на стороні *AD* вибрано точку *K* так, що *BK = KC = d*, ∠ABK = β (див. рисунок). Визначте периметр цього прямокутника.



А *4d(sin β + cos β)*

Б $4d\left(\frac{1}{\cos\beta} + \frac{2}{\sin\beta}\right)$

В *2d(2 sin β + cos β)*

Г $4d\left(\frac{2}{\cos\beta} + \frac{1}{\sin\beta}\right)$

Д *2d(sin β + 2 cos β)*

14. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + 2y = 8, \\ 3x - 4y = -1. \end{cases}$ Якщо $(x_0; y_0)$ – розв'язок системи, то $x_0 + y_0$ =

А	Б	В	Г	Д
7,6	3	5	5,5	2,5

15. Знайдіть загальний вигляд первісних функції $f(x) = \frac{12}{x^3} - 4x$.

А $F(x) = -\frac{36}{x^2} - 2x^2 + C$

Б $F(x) = -\frac{6}{x^2} - 2x^2 + C$

В $F(x) = \frac{4}{x^2} - 4 + C$

Г $F(x) = -\frac{36}{x^4} - 4 + C$

Д $F(x) = -\frac{6}{x^2} - 4 + C$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та значенням (А – Д) цього виразу.

	Вираз
1	$\frac{3^{-5}}{3^{-6}}$
2	$\log_2 0{,}1 + \log_2 320$
3	$4cos^2 30^0 - 4sin^2 30^0$

	Значення виразу
А	1
Б	2
В	3
Г	4
Д	5

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

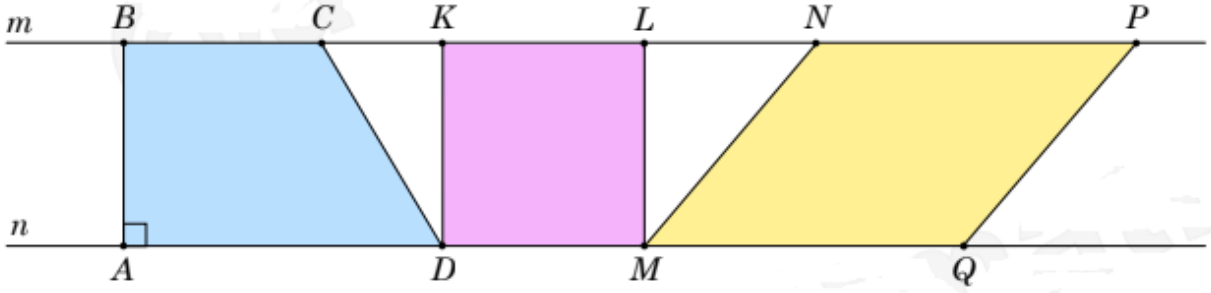
17. Установіть відповідність між функцією (1–3) та її властивістю (А – Д).

	Функція
1	$y = 4 - x^2$
2	$y = -x^3$
3	$y = 4^x$

	Властивість
А	є зростаючою на всій області визначення
Б	набуває від'ємного значення при $x = -2$
В	є парною
Г	має три спільні точки з графіком функції $y = -x$
Д	графік функції розташований лише в I та IV координатній чверті

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. На паралельних прямих m та n розміщено основи трапеції ABCD, сторони квадрата *DKLM* та сторони паралелограма *MNPQ* (див. рисунок). Периметр квадрата дорівнює 24, *BC = KL*, *BC : AD* = 2 : 3, *AD = MQ*. Узгодьте фігуру (1–3) з її площею (А – Д).



Фігура *Площа фігури*

1 квадрат *DKLM*	**А** 48
2 паралелограм *MNPQ*	**Б** 90
3 трапеція *ABCD*	**В** 54
	Г 36
	Д 45

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. У залі для глядачів цирку встановлено 16 рядів крісел: у першому ряду 54 крісла, а в кожному наступному ряду кількість крісел на те саме число більше, ніж у попередньому. Визначте кількість крісел у *третьому* ряду, якщо в останньому ряду 204 крісла.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано правильну трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, усі ребра якої рівні. Діагоналі грані BCC1B1 перетинаються в точці $K(2; -8; 7)$, точка $M(6; 2; 4)$ – середина ребра AC. Обчисліть площу бічної поверхні призми $ABCA_1B_1C_1$

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. На діаграмі наведено інформацію про продаж смартфонів протягом п'яти місяців. На скільки відсотків середня кількість проданих смартфонів перевищує кількість проданих смартфонів у квітні?



Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Знайдіть *кількість* усіх цілих значень a з проміжку [–5; 10], за кожного з яких рівняння $\left(\sqrt{2x - a + 4} - 1\right) \cdot |x - 2| = 0$ має два різних корені.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

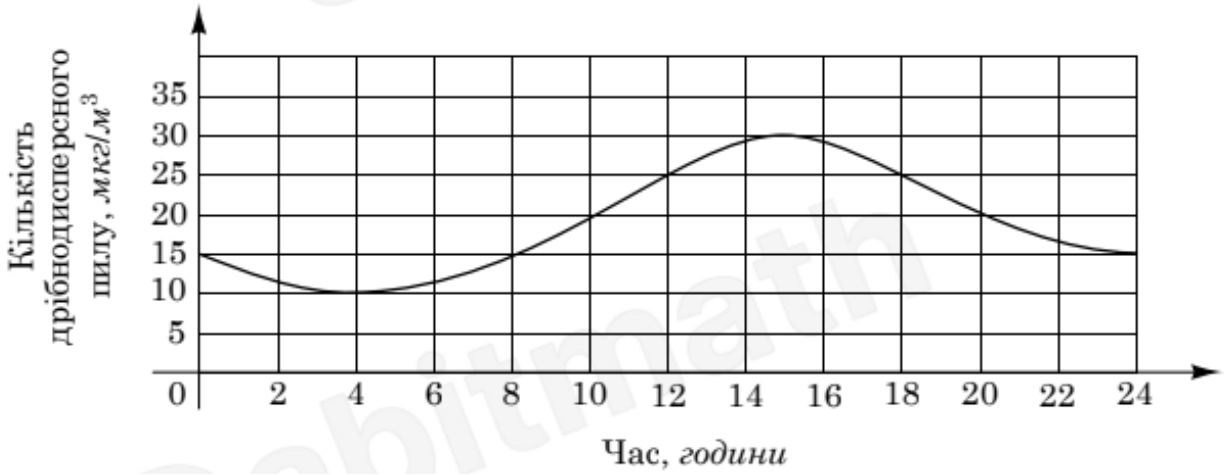
ВАРІАНТ 5

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. Розкладіть вираз $4x^2 - 144$ на множники.

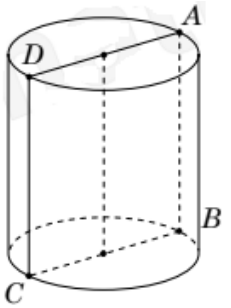
А $(2x - 12)^2$
Б $(2x - 72)^2$
В $(2x - 12)(2x + 12)$
Г $2(x - 6)(x + 6)$
Д $(2x - 72)(2x + 72)$

2. На рисунку відображено зміну густини (*мкг/м*^{3}) дрібнодисперсного пилу в повітрі протягом доби в деякому районі міста. Укажіть із-поміж наведених проміжок часу (*у год*), упродовж якого густина такого пилу в повітрі лише *зменшувалася.*



А	Б	В	Г	Д
[2; 6]	[8; 12]	[12; 14]	[14; 16]	[20; 24]

3. На рисунку зображено циліндр, прямокутник *ABCD* – його осьовий переріз. Укажіть відрізок, який є твірною цього циліндра.

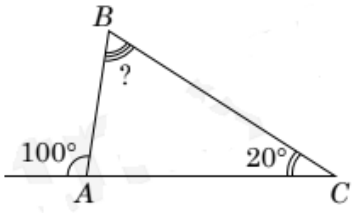


А *BC*
Б *AB*
В *AD*
Г *BD*
Д *AC*

4. Яке з наведених чисел є коренем рівняння $|3x + 2| = 2$?

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$

5. Зовнішній кут при вершині *A* трикутника *ABC* дорівнює 100^0, $\angle C = 20^0$ (див. рисунок). Визначте градусну міру кута *B*.

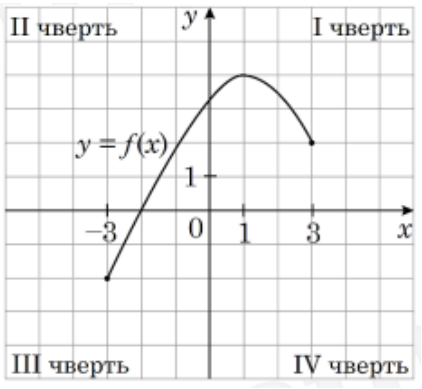


А	Б	В	Г	Д
90^0	70^0	80^0	120^0	100^0

6. Обчисліть $\frac{\sqrt[3]{89}}{\sqrt[3]{7}}$.

А	Б	В	Г	Д
27	21	7	9	3

7. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. У яких координатних чвертях розташований графік функції $y = f(x - 4)$?



А лише в I та IV
Б лише в II та III
В лише в III та IV
Г лише в I та II
Д в усіх чвертях

8. Обчисліть площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює 8 *см,* а апофема на 2 *см* більша за сторону основи піраміди.

А	Б	В	Г	Д
120 $см^2$	240 $см^2$	192 $см^2$	72 $см^2$	384 $см^2$

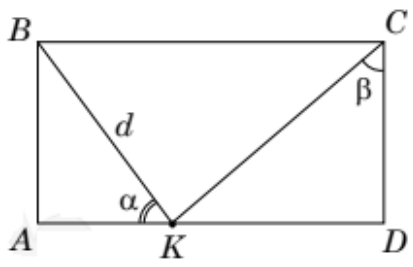
9. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Існує паралелограм, діагональ якого дорівнює сумі його сусідніх сторін.
II. Існує паралелограм, один із кутів якого вдвічі більший за інший кут.
III. Існує паралелограм, діагоналі якого перпендикулярні.

А	Б	В	Г	Д
лише II	Лише I та II	лише I та III	лише II та III	I, II та III

10. Микола частує свою родину фруктовим салатом із яблук, бананів й апельсинів. Для приготування однієї порції салату потрібно 1 банан, 2 апельсини та 3 яблука. Скільки *апельсинів* використав Микола, якщо він приготував за цим рецептом салат із 24 фруктів?

А	Б	В	Г	Д
18	12	5	8	4

11. На рисунку зображено прямокутник $ABCD$. Точка K лежить на стороні AD. Визначте довжину сторони AD, якщо $BK = d$, $\angle AKB = \alpha$, $\angle KCD = \beta$.



А $d(\sin\alpha + \cos\alpha\ tg\beta)$
Б $d\left(\sin\alpha + \frac{\cos\alpha}{tg\beta}\right)$
В $d(\cos\alpha + \sin\alpha\ sin\beta)$
Г $d\left(\cos\alpha + \frac{\sin\alpha}{tg\beta}\right)$
Д $d(\cos\alpha + \sin\alpha\ tg\beta)$

12. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} 5^x < 25, \\ 2 - x < 8. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
(- 6; 2)	$(-\infty;-6)$	$(2;+\infty)$	$(-6;5)$	$(2;6)$

13. Укажіть проміжок, якому належить значення виразу $\log_{0,2} 125$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;-3)$	$[-3;0)$	$[3;0)$	$[3;25)$	$[25;+\infty$

14. Укажіть корінь рівняння $tg(3x) = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{12}$	$-\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{12}$

15. В арифметичній прогресії (a_n) відомо, що $a_6 - a_1 = -30$. Знайдіть значення виразу $a_6 - a_4ю$

А	Б	В	Г	Д
10	-15	-12	-10	15

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження, якщо $a = 3$.

Початок речення

1 Значення виразу a^{-1}

2 Значення виразу a^0

3 Значення виразу $sin(\pi a)$

Закінчення речення

А є раціональним нецілим числом.

Б є ірраціональним числом.

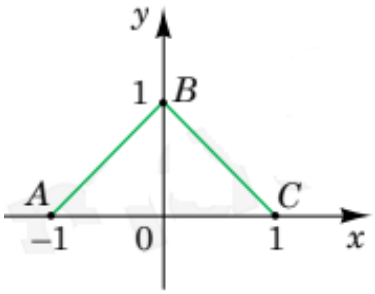
В є натуральним числом.

Г дорівнює нулю.

Д є цілим від'ємним числом.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. У прямокутній декартовій системі координат на площині зображено замкнену ламану $ABCA$, де $A(-1; 0)$, $B(0; 1)$, $C(1; 0)$. Узгодьте функцію (1–3) з кількістю (А – Д) спільних точок її графіка та ламаної $ABCA$.



Функція

1 $y = 0$

2 $y = 1 - x^2$

3 $y = \cos x$

Кількість спільних точок

А жодної

Б лише одна

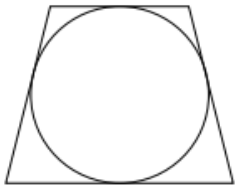
В лише дві

Г лише три

Д безліч

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. Навколо кола описано рівнобічну трапецію (див. рисунок), периметр якої дорівнює 100 см. Різниця основ трапеції дорівнює 14 см. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення	*Закінчення речення*
1 Довжина середньої лінії трапеції	**А** дорівнює 18 *см.*
2 Довжина більшої основи трапеції	**Б** дорівнює 24 *см.*
3 Довжина висоти трапеції	**В** дорівнює 25 *см.*
	Г дорівнює 32 *см.*
	Д дорівнює 36 *см.*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Обчисліть інтеграл $\int_3^5 \frac{x^2+2x+1}{x+1}\,dx$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано правильну чотирикутну призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Діагоналі основи $ABCD$ перетинаються в точці M. Висота призми втричі більша за сторону AB. Обчисліть об'єм цієї призми, якщо $A(4; \sqrt{10}; 3)$, $M(-2; 0; 1)$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. Сергій купив 4 чорні, 6 червоних і n синіх ручок по 27 грн, 15 грн і 10 грн кожна. Середня ціна однієї купленої ручки виявилася меншою за 13 грн. Укажіть *найменше* можливе значення n.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Знайдіть усі значення a, за яких рівняння $\frac{x^2-ax+4}{x-5} = 0$ має лише один корінь. Якщо таких значень кілька, то запишіть у відповіді їхній добуток.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ВАРІАНТ 6

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. Комп'ютерна програма видаляє у шестицифровому числі одну цифру навмання. Яка ймовірність того, що в числі 125790 буде видалено непарну цифру?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$

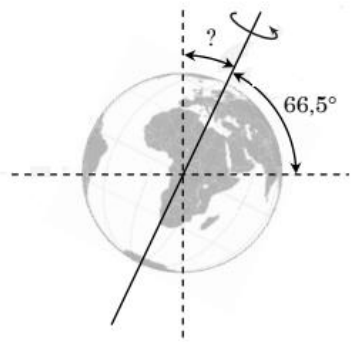
2. Доберіть закінчення речення так, щоб утворилося правильне твердження: «Бічною гранню правильної чотирикутної піраміди є...

А квадрат».
Б рівнобедрений трикутник».
В прямокутний трикутник».
Г паралелограм».
Д відрізок».

3. $\left|4{,}2 - \frac{68}{10}\right|$=

А	Б	В	Г	Д
-2,6	-2,4	1,6	2,4	2,6

4. Кут між орбітою та віссю обертання Землі дорівнює $66{,}5^0$ (див. рисунок). Визначте кут нахилу осі обертання Землі до осі, перпендикулярної до земної орбіти.



А	Б	В	Г	Д
$22{,}5^0$	$23{,}5^0$	$21{,}5^0$	$13{,}5^0$	$33{,}5^0$

5. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt[3]{3x}$ = - 4.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 20]$	$(-20; -10]$	$(-10; 0]$	$(0; 10]$	$(10; +\infty)$

6. Діаметр основи конуса дорівнює 12 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його висота на 2 см більша за радіус основи.

А	Б	В	Г	Д
96π см^2	60π см^2	72π см^2	36π см^2	48π см^2

7. Клієнт банку зняв 0,2 від суми рахунку, після чого на рахунку залишилося 4800 *грн.* Визначте, скільки грошей було на його рахунку спочатку.

А	Б	В	Г	Д
6000 *грн*	9600 *грн*	5600 *грн*	6400 *грн*	7200 *грн*

8. Укажіть корінь рівняння $2^x = 2 \cdot 16$.

А	Б	В	Г	Д

7	3	4	5	6

9. Які з наведених тверджень є правильними?

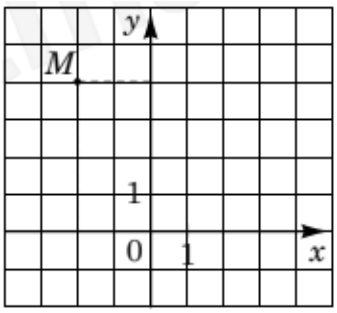
I. Медіана трикутника з'єднує його вершину з серединою протилежної сторони.

II. Точка перетину медіан довільного трикутника знаходиться в центрі кола, уписаного в цей трикутник.

III. У рівносторонньому трикутнику медіана належить серединному перпендикуляру, проведеному до спільної сторони.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
лише I	Лише I та III	лише I та II	лише III	I, II та III

10. У прямокутній системі координат *xy* зображено точку *M*. Укажіть функцію, графік якої проходить через початок координат і точку M.



А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
y=4-2x	*y=2x*	*y=8+2x*	*y= - 2x*	$y = -\frac{x}{2}$

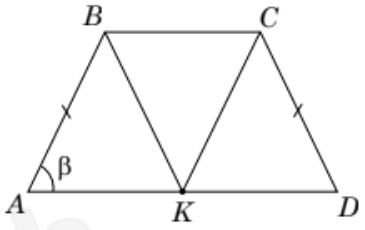
11. $\frac{\cos(450^0+\alpha)}{\sin\alpha} =$

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1	$tg\ \alpha$	$\frac{1}{tg\ \alpha}$	*-1*	$-\ tg\ \alpha$

12. Розв'яжіть нерівність $-x^2 - x + 6 < 0$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$(-3; 2)$	$(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$	$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3)$

13. На більшій основі *AD* рівнобічної трапеції *ABCD* вибрано точку *K* так, що *BK* || *CD*, *CK* || *AB* (див. рисунок). *KD* = 8, ∠BAD = β. Знайдіть площу цієї трапеції.



А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$13tg\beta$	$12sin\beta$	$\frac{48}{tg\beta}$	$48tg\beta$	$\frac{12}{tg\beta}$

14. Спростіть вираз $\frac{x^2-4xy+4y^2}{x-2y} : (2y - x)$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
-1	$-x^2 + 4xy - y^2$	*2y - x*	*1*	$x^2 - 4xy + y^2$

15. Знайдіть похідну функції $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$.

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$f'(x) = 1 + \frac{1}{2x}$	$f'(x) = x - \frac{1}{2x^2}$	$f'(x) = 1 + \frac{2}{x^2}$	$f'(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}$	$f'(x) = 1 - \frac{2}{x^3}$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та проміжком (А – Д), якому належить значення цього виразу.

Вираз

1 $\left(-\sqrt{2}\right)^2$

2 $1-\sqrt{2}$

3 $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_3\sqrt{2}}$

Проміжок

А $[-4;-1)$

Б $[-1;0)$

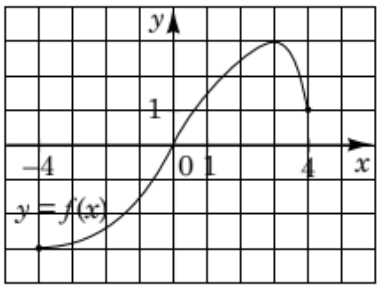
В $[0;1)$

Г $[1;2)$

Д $[2;5)$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. На рисунку зображено графік функції y = f (x), визначеної на проміжку [–4; 4]. Установіть відповідність між початком речення (1–3) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1 Найменше значення функції *y = f(x)*

2 Точка екстремуму функції *y = f(x) – 5*

3 Нуль функції *y = f(x + 2)*

Закінчення речення

А дорівнює –3.

Б дорівнює –2.

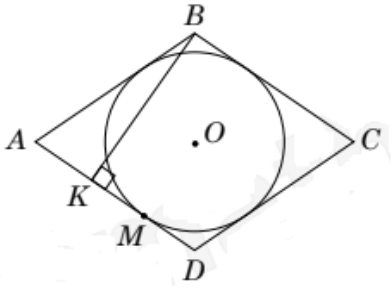
В дорівнює 0.

Г дорівнює 2.

Д дорівнює 3.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. На рисунку зображено ромб *ABCD*, у який вписано коло з центром у точці *O*. З тупого кута *B* на сторону *AD* проведено висоту *BK*, коло дотикається до сторони *AD* у точці *M*. *AK* = 7 см, *KM* = 9 см. До кожного відрізка (1–3) доберіть його довжину (А – Д).



Відрізок

1 AD

2 BK

3 OM

Довжина відрізка

А 12 *см*

Б 15 *см*

В 20 *см*

Г 24 *см*

Д 25 *см*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Сума S5 п'яти перших членів геометричної прогресії (b_n) дорівнює –77,5, знаменник $q = 2$. Знайдіть перший член b_1 цієї прогресії.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано пряму трикутну призму $ABCA_1B_1C_1$, в основі якої лежить прямокутний рівнобедрений трикутник ABC($\angle C = 90^0$). $A(5; 2; 0)$, $B(–7; 7; 0)$, основа ABC призми лежить у площині xy. Точка $K(0; 0; 10)$ належить площині $A_1B_1C_1$. Знайдіть об'єм цієї призми.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. Компанія виділила кошти на закупівлю 70 дерев: 50 каштанів по 1600 *грн* кожний і 20 ялинок. Середня ціна одного дерева складає 1500 *грн*. Знайдіть вартість однієї ялинки (*у грн*).

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Знайдіть *найменше* ціле значення a, за якого розв'язок $(x_0; y_0)$ системи рівнянь $\begin{cases} \log_5 x + 2\log_5 y = 3a + 12, \\ log_5 \frac{x}{y} = a - 18. \end{cases}$ задовольняє умову $\begin{cases} x_0 < \sqrt{5}, \\ y_0 > 5. \end{cases}$

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐ .

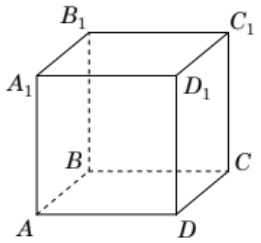
ВАРІАНТ 7

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. Випущено партію з 300 лотерейних білетів. Імовірність того, що навмання вибраний білет із цієї партії буде виграшним, дорівнює 0,2. Визначте кількість виграшних білетів серед цих 300 білетів.

А	Б	В	Г	Д
6	60	294	150	240

2. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть пряму, яка перетинає площину ABC.

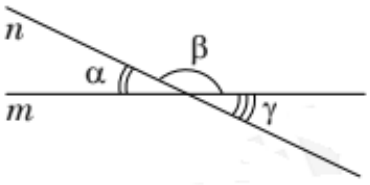


А AB
Б AC
В B_1D
Г B_1C_1
Д A_1C_1

3. Розв'яжіть рівняння $\frac{3}{2} = \frac{x}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{8}{3}$	5	1,5	6	$\frac{2}{3}$

4. На рисунку зображено прямі m і n, що перетинаються. Визначте градусну міру кута β, якщо $\alpha + \beta + \gamma = 230°$.



А	Б	В	Г	Д
120^0	50^0	145^0	130^0	140^0

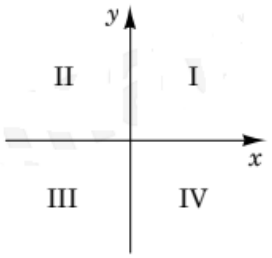
5. $\sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt{36} =$

А	Б	В	Г	Д
72	$6\sqrt{2}$	12	42	36

6. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, висота якого дорівнює 9 см, а площа основи – 16π см^2.

А	Б	В	Г	Д
96π см^2	144π см^2	48π см^2	36π см^2	72π см^2

7. У яких координатних чвертях розташований графік функції $y = (x - 1)^2$? Положення координатних чвертей зображено на рисунку.

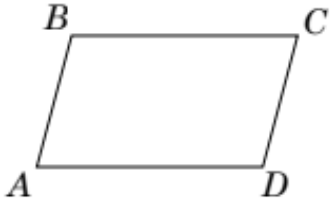


А лише в I та II
Б лише в I, II та III
В лише в II та III
Г лише в I, II та IV
Д в усіх чвертях

8. Зі 100 *кг* соняшникового насіння можна виготовити 45 *кг* олії. Скільки олії можна виготовити з 350 *кг* соняшникового насіння?

А	Б	В	Г	Д
135 *кг*	147,5 *кг*	145 *кг*	157,5 *кг*	162,5 *кг*

9. На рисунку зображено паралелограм ABCD. Які з наведених тверджень є правильними?



I. ∠A = ∠C.

II. *AB* + *BC* = *CD* + *AD*.

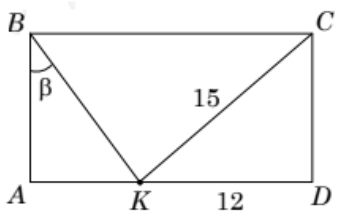
III. *AC* = *BD*.

А	Б	В	Г	Д
лише I	Лише II	лише I та II	лише I та III	лише II та III

10. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x^2 + 9 \geq 0, \\ 2^x > \frac{1}{16}. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
$\emptyset$	$(-4; +\infty)$	$(-4; -3]$	$(-4; -3] \cup [3; +\infty)$	$[-3; +\infty)$

11. На рисунку зображено прямокутник *ABCD*. Точка *K* лежить на стороні *AD*. Визначте периметр прямокутника, якщо *CK* = 15, *KD* = 12, ∠ABK = β.



А $42 + \frac{18}{tg\beta}$

Б $42 + 18cos\beta$

В $42 + 18tg\beta$

Г $42 + \frac{18}{sin\,\beta}$

Д $42 + 18sin\,\beta$

12. $\cos 2\alpha - cos^2\alpha =$

А	Б	В	Г	Д
$-sin2\alpha$	$-sin^2\alpha$	$sin2\alpha$	$sin^2\alpha$	0

13. В арифметичній прогресії (a_n) перший член a_1 = –16,5, різниця d = 1,5. Скільки всього *від'ємних* членів має ця прогресія?

А	Б	В	Г	Д
10	11	12	13	14

14. Спростіть вираз $\frac{x^2-y^2}{x-y} : (2x + 2y)$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x-y}{2x+2y}$	$2(x+y)^2$	2	$\frac{1}{2x+2y}$	$\frac{1}{2}$

15. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_{\frac{1}{3}}(x + 1) - \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-1; 0]$	$(0; 1]$	$(1; 7]$	$(7; 9]$	$(9; +\infty)$

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним.

Вираз

1 $\log_\pi 1$

2 $sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

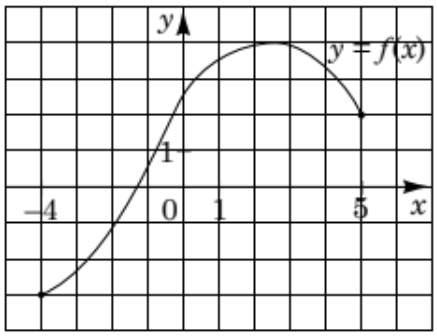
3 $\pi^3 \cdot \pi^{-4}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Твердження про значення виразу

А є нецілим додатним числом
Б є нецілим від'ємним числом
В дорівнює 0
Г є цілим додатним числом
Д є цілим від'ємним числом

17. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-4; 5]$. Установіть відповідність між початком речення (1–3) та його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

1 Нуль функції належить проміжку

2 Точка максимуму функції належить проміжку

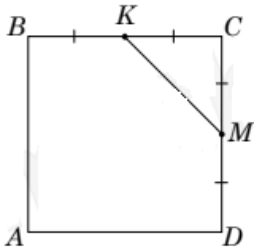
3 Абсциса точки перетину графіка функції з графіком функції $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ належить проміжку

Закінчення речення

А $(-4; -2]$
Б $(-2; 0]$
В $(0; 1]$
Г $(1; 3]$
Д $(3; 5]$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. На рисунку зображено квадрат $ABCD$, площа якого 144 см^2. Точки K і M – середини сторін BC і CD відповідно. До кожного відрізка (1–3) доберіть його довжину (А – Д).



Відрізок

1 сторона квадрата

2 KM

3 відстань від точки A до центра кола, описаного навколо трикутника KMC

Довжина відрізка

А 6 *см*
Б $6\sqrt{2}$ *см*
В 12 *см*
Г $8\sqrt{2}$ *см*
Д $9\sqrt{2}$ *см*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Задано функцію $f(x) = \begin{cases} \frac{9}{x^2}, \text{якщо } x < -1, \\ -5x^3 - 4x, \text{ якщо } x \geq -1. \end{cases}$. Обчисліть $f(-2) + f'(2)$.

Відповідь: □□□□,□□□

20. У прямокутній системі координат у просторі задано пряму чотирикутну призму *ABCDA₁B₁C₁D₁*, в основі якої лежить паралелограм *ABCD*, *A*(5; 2; 0), *D*(–3; 8; 0). Площина *ABC* лежить у площині *xy*. В основі призми з точки *B* на сторону *AD* проведено висоту, довжина якої дорівнює 5. Точка *K(*0; 0; 8) належить площині $A_1B_1C_1D_1$. Знайдіть об'єм цієї призми.

Відповідь: □□□□,□□□

21. Михайло отримав з математики в першому семестрі такі оцінки: «8», «7», «9», «9». Яку *найменшу* кількість оцінок «10» протягом цього семестру треба отримати Михайлові з математики, щоб середнє арифметичне всіх отриманих у першому семестрі оцінок із цього предмета було більше за 9,5? Уважайте, що інших оцінок із математики, окрім «10», Михайло не отримуватиме.

Відповідь: □□□□,□□□

22. Визначте кількість усіх цілих значень *a* з проміжку (–3; 8), за кожного з яких рівняння $\frac{\sqrt{x+2a}-\sqrt{8-2x}}{x} = 0$ має корені.

Відповідь: □□□□,□□□

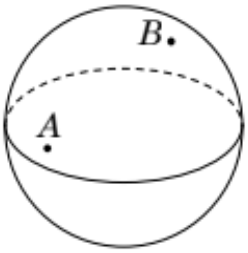
ВАРІАНТ 8

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. $\left(\frac{4}{5}a^5\right)^3$

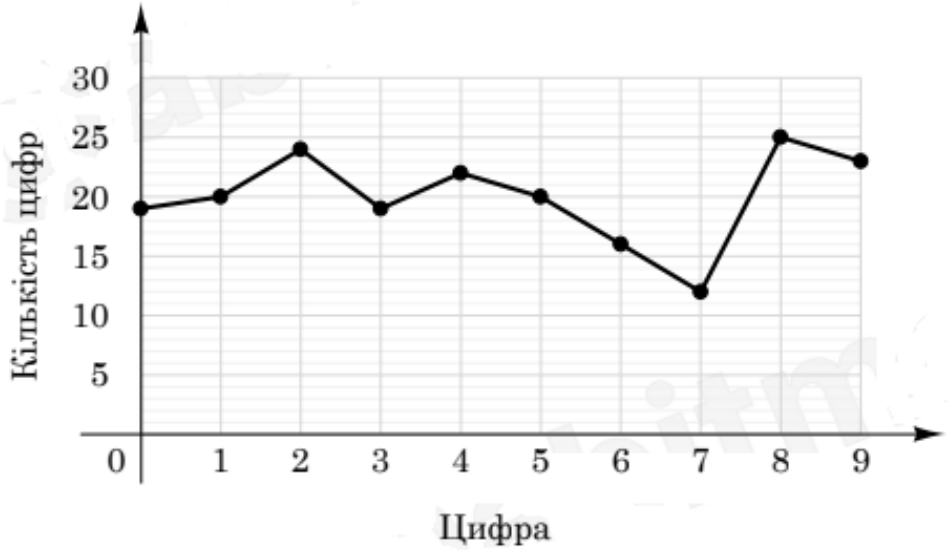
А	Б	В	Г	Д
$\frac{12}{125}a^{15}$	$\frac{64}{125}a^{15}$	$\frac{12}{125}a^{8}$	$\frac{64}{125}a^{125}$	$\frac{64}{125}a^{8}$

2. Точки *A* та *B* лежать на сфері, причому *AB* = 10 см (див. рисунок). Укажіть із-поміж наведених *найменше* можливе значення радіуса цієї сфери.



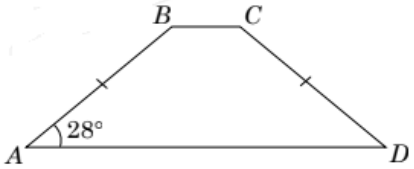
А	Б	В	Г	Д
4 *см*	3 *см*	6 *см*	11 *см*	8 *см*

3. Хлопчик вирішив порахувати 200 цифр після коми числа π і подав це у вигляді графіка (див. рисунок). Визначте, яка цифра зустрічалася найчастіше за інші.



А	Б	В	Г	Д
7	2	4	8	9

4. На рисунку зображено рівнобічну трапецію *ABCD* (*BC* || *AD*), ∠DAB = 28^0 (див. рисунок). Знайдіть градусну міру кута *BCD*.



А	Б	В	Г	Д
62^0	162^0	118^0	142^0	152^0

5. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння *18x = 9.*

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;-10]$	$(-10;0]$	$(0;1]$	$(1;10]$	$(10;+\infty)$

6. Визначте площу *бічної* поверхні циліндра, довжина кола основи якого дорівнює 16π см, а твірна дорівнює 15 *см.*

А	Б	В	Г	Д
240π см^2	960π см^2	60π см^2	368π см^2	120π см^2

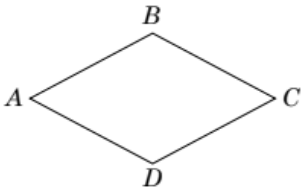
7. Заробітна плата працівника становить 9000 *грн*. Із цієї суми він сплачує до державного бюджету 18 % податку. Знайдіть суму податку, який буде вирахувано з заробітної плати цього працівника.

А	Б	В	Г	Д
162 *грн*	900 *грн*	1440 *грн*	1620 *грн*	500 *грн*

8. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \sqrt{3}$

А	Б	В	Г	Д
$[-7;-6]$	$(-6;-4]$	$(-4;4]$	$(4;7]$	$(7;10]$

9. Які з наведених тверджень є правильними для будь-якого ромба *ABCD* (див. рисунок)?



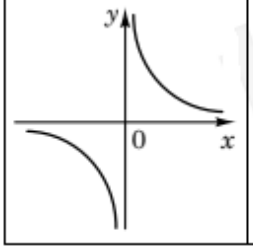
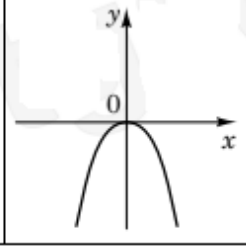
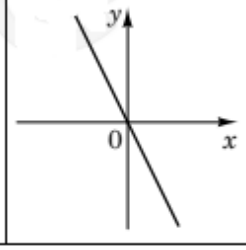
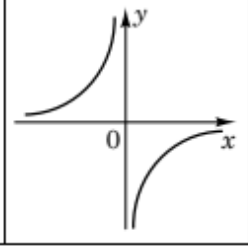
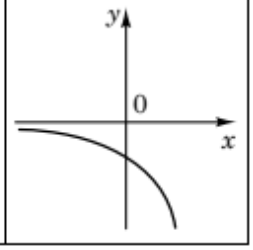
I. $\angle ABD = \angle CBD$.

II. Точки B і D симетричні відносно прямої *AC*.

III. Висота ромба, проведена з вершини *B* до сторони *AD*, є бісектрисою трикутника *ABD*.

А	Б	В	Г	Д
лише II	лише I та II	лише I та III	лише II та III	I, II та III

10. На якому з наведених рисунків зображено ескіз графіка функції $y = -\frac{2}{x}$

А	Б	В	Г	Д
				

11. $\frac{x^5 \cdot x^{-2}}{x^{-5}} =$

А	Б	В	Г	Д
x^2	x^{12}	x^{15}	x^{-2}	x^8

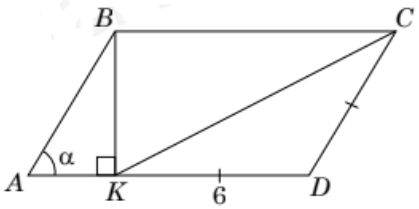
12. Розв'яжіть нерівність $x^2 - 8 < 6x + 8$.

А	Б	В	Г	Д
(-2; 8)	$(-\infty;-2) \cup (8;+\infty)$	(0; 6)	$(-\infty;-2)$	(-8; 2)

13. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} =$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{7}+3$	$\sqrt{7}-3$	2	$-\sqrt{7}-3$	$3-\sqrt{7}$

14. У паралелограмі *ABCD* з гострим кутом $\angle A = \alpha$ проведено висоту *BK* і відрізок *KC*, трикутник *KDC* є рівнобедреним (див. рисунок). Визначте площу паралелограма *ABCD*, якщо *KD* = 6.



А $36\left(1+\frac{1}{\sin\alpha}\right)\frac{1}{\cos\alpha}$

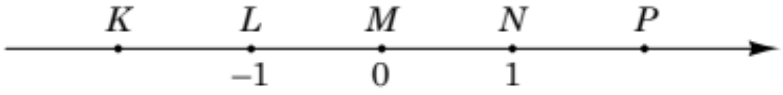
Б $12(2 + \cos\alpha)$
В $18(1 + \operatorname{tg}\alpha)\sin\alpha$
Г $36(1 + \cos\alpha)\sin\alpha$
Д $36(1 + \sin\alpha)\cos\alpha$

15. В арифметичній прогресії (a_n) перший член $a_1 = -9{,}4$, різниця $d = 1{,}5$. Укажіть член цієї прогресії, що належить проміжку $(2; 4)$.

А	Б	В	Г	Д
2,4	2,6	2,9	3,1	3,6

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та точкою (А – Д) на координатній прямій (див. рисунок), координатою якою є значення цього виразу.



Вираз

1 $\sin^2\frac{\pi}{6} + \cos^2\frac{\pi}{6}$
2 $\frac{\pi^2-4}{\pi-2} - \pi$
3 $\log_3 \pi^0$

Точка

А K
Б L
В M
Г N
Д P

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. На кожному з рисунків (1–3) зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3; 3]$. Узгодьте рисунок (1–3) з твердженням (А – Д) щодо функції $y = f(x)$, графік якої зображено на цьому рисунку.

Рис. 1

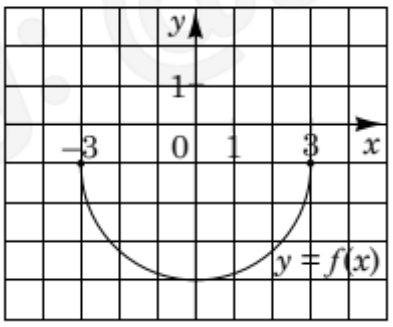


Рис. 2

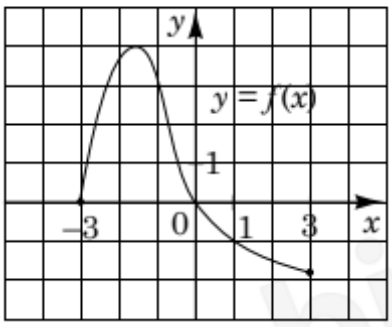
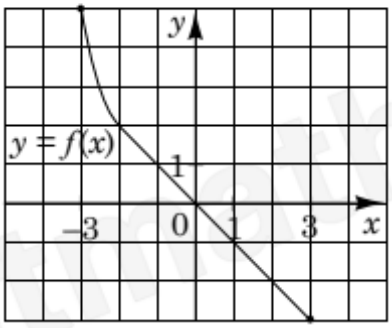


Рис. 3



Рисунок

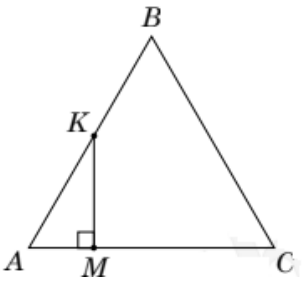
1 Рис. 1
2 Рис. 2
3 Рис. 3

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Твердження

А графік функції f є фрагментом кола $x^2 + (y - 1)^2 = 9$
Б графік функції f є фрагментом кола $x^2 + (y + 1)^2 = 9$
В функція f зростає на області визначення
Г графік функції $y = f(x) + 2$ розташований лише в I і II чвертях.
Д графік функції f має лише одну спільну точку з графіком функції $y = 2^x$

18. У рівносторонньому трикутнику *ABC AB* = 24 см. З точки *K*, що є серединою сторони *AB*, на сторону *AC* опущено перпендикуляр *KM* (див. рисунок). До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення	*Закінчення речення*
1 Відстань від точки *K* до середини сторони *BC*	**А** дорівнює 12 см.
2 Відстань від точки *M* до прямої *BC*	**Б** дорівнює 16 см.
3 Сума радіусів описаного та вписаного в цей трикутник кіл	**В** дорівнює $6\sqrt{3}$ см.
	Г дорівнює $9\sqrt{3}$ см.
	Д дорівнює $12\sqrt{3}$ см.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Обчисліть $f'(-5) + \int_1^4 f(x)dx$, якщо *f(x) = –6x + 8.*

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Діагоналі грані *ABCD* перетинаються в точці *K*(–6; 2; 5). Точка *M*(–1; 3;4) – середина ребра DD_1. Знайдіть об'єм призми $ABCA_1B_1C_1$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. У таксопарку парку *n* автобусів, шосту частину яких було обладнано інформаційними табло. Після залучення коштів із міського бюджету інформаційні табло встановили ще на 14 досі не переобладнаних автобусів. Під час проведеної після переобладнання перевірки навмання вибирають один з *n* автобусів таксопарку. Імовірність того, що це буде автобус без інформаційного табло, становить 0,5.Обчисліть значення *n*.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. За якого *найбільшого цілого від'ємного* значення *a* для розв'язку $(x_0; y_0)$ системи рівнянь $\begin{cases} \log_2 x + y = 3a, \\ 2\log_2 x - 3y = a + 25 \end{cases}$ справджується нерівність $(x_0 - 1)\cdot 2^{y_0} < 0$?

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ВАРІАНТ 9

Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. На дитячій каруселі є 19 місць для катання: човни, літаки та машинки (див. рисунок). Микита навмання обирає собі місце на каруселі. Визначте ймовірність того, що він сяде на машинку.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{5}{19}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{14}{19}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{15}{19}$

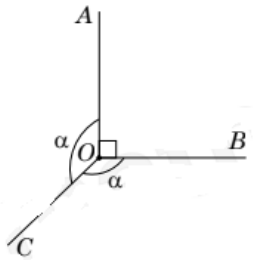
2. Укажіть многогранник, що має одну грань основи та чотири бічні грані.

А трикутна призма
Б чотирикутна призма
В п'ятикутна призма
Г трикутна піраміда
Д чотирикутна піраміда

3. $|1 - 4 \cdot 2{,}5| =$

А	Б	В	Г	Д
-9	11	7,5	9	-11

4. На рисунку зображено план парку, де в точці *O* розташовано фонтан, а від нього проведено доріжки *OA*, *OB* і *OC* так, що OA⊥OB, ∠COA = ∠COB = α. Визначте градусну міру кута α.



А	Б	В	Г	Д
145^0	125^0	135^0	90^0	150^0

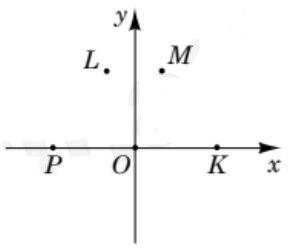
5. Розв'яжіть рівняння $0{,}5x = \frac{1}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
2	$\frac{1}{2}$	8	4	$\frac{1}{8}$

6. В основі чотирикутної піраміди лежить прямокутник зі сторонами 6 *см* та 8 *см*, а висота піраміди дорівнює діагоналі основи. Знайдіть об'єм піраміди.

А	Б	В	Г	Д
240 $см^3$	$\frac{280}{3}$ $см^3$	480 $см^3$	280 $см^3$	160 $см^3$

7. У прямокутній системі координат *xy* зображено п'ять точок: *O, K, L, M* та *P*. Укажіть точку, через яку може проходити графік функції $y = -\frac{3}{x}$.



А	Б	В	Г	Д
K	*L*	*M*	*O*	*P*

8. Запишіть число 89 млн 530 тис. у стандартному вигляді.

А	Б	В	Г	Д
$8953\cdot 10^4$	$8{,}953\cdot 10^{-7}$	$8953\cdot 10^7$	$89{,}53\cdot 10^6$	$895{,}3\cdot 10^5$

9. Які з наведених тверджень є правильними?

I. Будь-яка хорда кола більша за радіус цього кола.

II. Кінці діаметра ділять коло на дві рівні частини.

III. Рівні хорди кола стягують рівні дуги.

А	Б	В	Г	Д
лише II	лише III	лише I та II	лише I та III	лише II та III

10. Розв'яжіть нерівність $(0{,}1)^{x+2} < 0{,}1$.

А	Б	В	Г	Д
(–1; +∞)	(3; +∞)	(–2; +∞)	(–∞; 3)	(–∞; –1)

11. Розкладіть на множники $x^2 - 5x - 6$.

А (x – 1)(x + 6)

Б (x – 2)(x + 3)

В (x + 1)(x – 6)

Г (x + 2)(x – 3)

Д (x – 1)(x – 6)

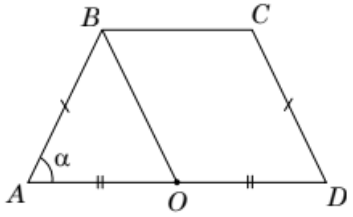
12. У геометричній прогресії (b_n) перший член $b_1 = 0{,}4$, знаменник $q = 3$. Укажіть номер члена цієї прогресії, що належить проміжку (10; 20).

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

13. $\frac{\cos(540^0-\alpha)}{\sin\alpha} =$

А	Б	В	Г	Д
-1	$-\frac{1}{tg\alpha}$	$-tg\alpha$	$\frac{1}{tg\alpha}$	1

14. На більшій основі *AD* рівнобічної трапеції *ABCD* вибрано точку *O* так, що *BO* || *CD*, *AO* = *OD* (див. рисунок). *AD* = 12, ∠BAD = α. Знайдіть площу цієї трапеції.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{27}{tg\alpha}$	$27\sin\alpha$	$54tg\alpha$	$27tg\alpha$	$\frac{27}{\sin\alpha}$

15. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\log_3(2x + 1) = 3$.

А	Б	В	Г	Д
(–13; –8]	(–8; 0]	(0; 8]	(8; 13]	(13; 26)

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та проміжком (А – Д), якому належить значення цього виразу.

Вираз	*Проміжок*
1 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18}$	**А** (–∞; –2)
2 $\lvert\sqrt{2}-2\rvert$	**Б** [–2; 0)
3 $\log_{\sqrt{2}} 0{,}5$	**В [0; 1)**
	Г [1; 2)
	Д [2; +∞)

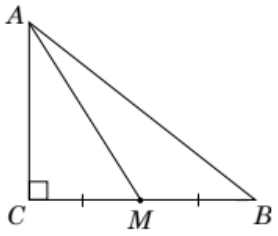
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. Установіть відповідність між функцією (1–3) та властивістю її графіка (А – Д).

Функція	*Властивість графіка функції*
1 $y = x + 2$	**А** спадає
2 $y = x$	**Б** утворює з осями координат рівнобедрений трикутник
3 $y = 4$	**В** немає спільних із графіком функції $y = log_{0,5}\, x$
	Г перетинає графік рівняння $x^2 + y^2 = 1$
	Д не перетинає вісь абсцис

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. На рисунку зображено прямокутний трикутник *ABC* ($\angle C = 90^0$). Точка *M* – середина *CB* = 16 см. Радіус кола, описаного навколо трикутника *ABC*, дорівнює 10 см. До кожного відрізка (1–3) доберіть його довжину (А – Д).



Відрізок	*Довжина відрізка*
1 *AC*	**А** 10 см
2 найбільша середня лінія трикутника *ABC*	**Б** 12 см
3 *AM*	**В** 16 см
	Г $4\sqrt{11}$ см
	Д $4\sqrt{13}$ см

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Знайдіть площу фігури, обмеженої графіком функції $y = \frac{x^3}{3}$, прямою $y = 9$ та віссю *y*.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано циліндр, осьовим перерізом якого є прямокутник *ABCD*, *C*(7; 1; 3). Висота *AB* циліндра вдвічі менша за *AD*. Точка *O*(2; –3; 6) ділить відрізок *AD* навпіл. Обчисліть площу S повної поверхні цього циліндра. У відповідь запишіть значення $\frac{S}{\pi}$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. Компанія замовила 10 наборів по 2 банки та 10 наборів по 3 банки джему в кожному. Середня ціна однієї банки джему з усіх наборів дорівнює 72 грн. Середня ціна банки з джемом із набору з двох банок дорівнює 75 грн. Визначте середню ціну з набору по 3 банки джему.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

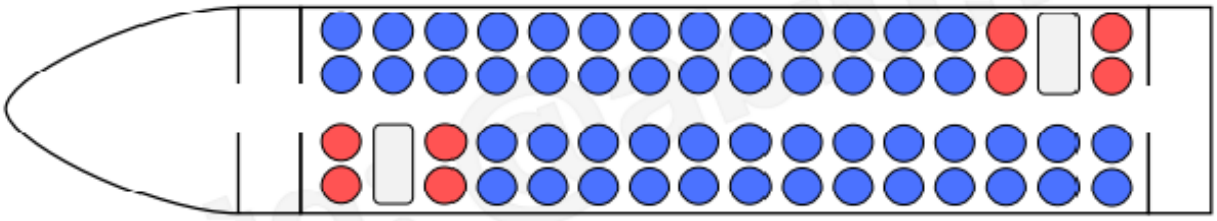
22. Визначте *кількість* усіх цілих значень a, за кожного з яких система рівнянь $\begin{cases} 4^x + 2y^2 = 30, \\ 4^x - y^2 = 6a - 21. \end{cases}$ має принаймні один розв'язок.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ВАРІАНТ 10

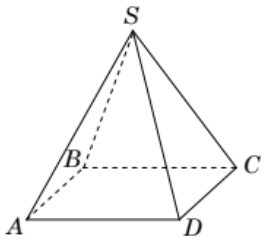
Завдання 1–15 мають по п'ять варіантів відповіді, з яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильний варіант відповіді й позначте його.

1. Людина купляє першою білет на вагон потяга навмання. У цьому вагоні є 60 доступних місць, причому спереду і позаду нього є столик, кожен з яких охоплює по 4 пасажирських місця (див. рисунок). Визначте ймовірність того, що цій людині дістанеться місце за столиком.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{10}$

2. На рисунку зображено чотирикутну піраміду *SABCD*. Чим є для цієї піраміди відрізок *SA*?



А ребро основи
Б діагональ основи
В бічне ребро
Г висота
Д апофема

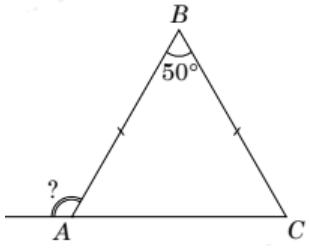
3. $(-2x^2)^3 =$

А	Б	В	Г	Д
$-8x^6$	$-6x^6$	$-2x^6$	$-8x^5$	$-2x^5$

4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \frac{2}{x} = -0{,}5, \\ \frac{y}{3} = 2. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
(6; –4)	$(-\frac{1}{4}; \frac{2}{3})$	$(-\frac{1}{4}; 6)$	$(-4; \frac{2}{3})$	(– 4; 6)

5. У рівнобедреному трикутнику *ABC* (*AB* = *BC*) ∠B=50^0 (див. рисунок). Визначте градусну міру зовнішнього кута при вершині *A*.

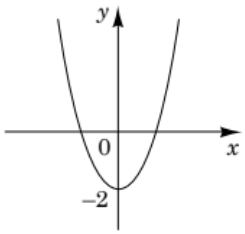


А	Б	В	Г	Д
105^0	125^0	115^0	95^0	‘130^0

6. Укажіть формулу для обчислення об'єму *V* конуса, радіус основи якого дорівнює *R*, а висота конуса – *6R*.

А	Б	В	Г	Д
$V = 6\pi R^3$	$V = 12\pi R^3$	$V = 6\pi R^2$	$V = 2\pi R^3$	$V = 12\pi R^2$

7. Укажіть з-поміж наведених функцію, ескіз графіка якої зображено на рисунку.



А $y = x^2 - 2$
Б $y = (x - 2)^2$
В $y = x^2$
Г $y = (x + 2)^2$
Д $y = x^2 + 2$

8. Вартість транспортування P (у *грн*) вантажу пов'язана з відстанню x (у *км*) його перевезення співвідношенням $P(x) = 270 + 30 \cdot x$. Знайдіть вартість перевезення вантажу на відстань 40 *км*.

А	Б	В	Г	Д
12 000 *грн*	1470 *грн*	340 *грн*	1270 *грн*	970 *грн*

9. Які з наведених тверджень є правильними?
I. Середня лінія трапеції дорівнює півсумі її бічних сторін.
II. Середня лінія трапеції ділить трапецію на рівні за площею фігури.
III. Середня лінія трапеції паралельна її основам.

А	Б	В	Г	Д
лише I та II	лише I	лише I та III	лише III	Лише II та III

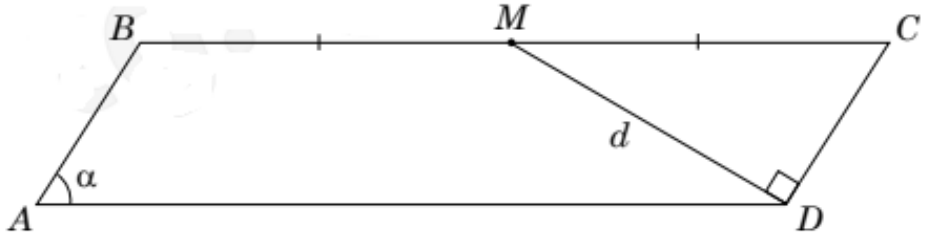
10. $\frac{3cos^2 150^0 - 3}{\sin 150^0} =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$	-3

11. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,9}(3x) > 2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 0{,}27)$	$(-\infty; 0{,}6)$	$(0{,}27; +\infty)$	$(0{,}6; +\infty)$	$(0; 0{,}27)$

12. На стороні BC паралелограма $ABCD$ вибрано точку M так, що $BM = MC$, $\angle CDM = 90^0$ (див. рисунок). Знайдіть площу паралелограма $ABCD$, якщо $MD = d$, $\angle A = \alpha$.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{2d^2}{tg\alpha}$	$2d^2 cos\alpha$	$\frac{4d^2}{sin\,2\alpha}$	$\frac{2d^2}{sin\alpha}$	$2d^2 tg\alpha$

13. Спростіть вираз $(a^2 - b^2)(a - b)^{-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{(a + b)}$	$a - b$	$\frac{a + b}{(a - b)^2}$	$a + b$	$\frac{1}{(a - b)}$

14. Знайдіть похідну функції $f(x) = 6\sqrt{x} - 8$.

А	Б	В	Г	Д

$f'(x) = 4\sqrt{x^3} - 8x$	$f'(x) = 3\sqrt{x} - 8$	$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$	$f'(x) = 3\sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} - 8x$

15. Знайдіть суму коренів рівняння $5(x + 3)^2 = 125$.

А	Б	В	Г	Д
10	-6	0	-16	6

У завданнях 16–18 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою.

16. Установіть відповідність між виразом (1–3) та проміжком (А – Д), якому належить значення цього виразу.

Вираз

1 $tg\frac{\pi}{3}$

2 $1 - \pi$

3 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2 \pi}$

Проміжок

А [–5; –2)
Б [–2; 0)
В [0; 1)
Г [1; 2)
Д [2; 5)

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

17. Установіть відповідність між функцією (1–3) та властивістю її графіка (А – Д).

Функція

1 $y = \sqrt{x + 4}$

2 $y = \frac{4}{x}$

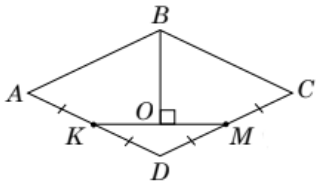
3 $y = 4^x$

Властивість графіка функції

А розташований лише в першій чверті
Б має спільну точку з віссю *x*
В проходить через точку (0; 1)
Г не перетинає вісь *y*
Д симетричний відносно осі *y*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

18. У ромбі *ABCD* точки *K* і *M* є серединами сторін *AD* і *CD* відповідно, *BO* – перпендикуляр, проведений до відрізка *KM* (див. рисунок). *BO* = 18 см, *KM* = 16 см. До кожного відрізка (1–3) доберіть його довжину (А – Д).



Відрізок

1 BD

2 AC

3 сторона ромба

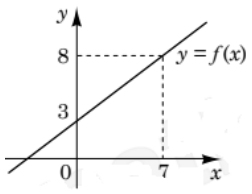
Довжина відрізка

А 20 *см*
Б 24 *см*
В 32 *см*
Г 36 *см*
Д 40 *см*

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Розв'яжіть завдання 19–22. Одержані числові відповіді запишіть у спеціально відведеному місці. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми. Знак «мінус» записуйте перед першою цифрою числа.

19. Обчисліть $\int_0^7 f(x)dx$, використавши зображений на рисунку графік лінійної функції $y = f(x)$.

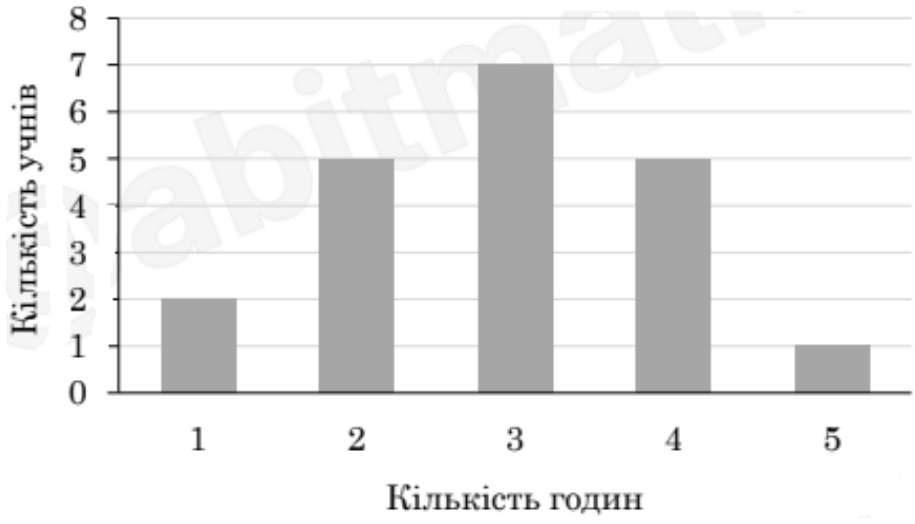


Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

20. У прямокутній системі координат у просторі задано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки $K(3; -8; 5)$ і $M(1; -6; -3)$ є точками перетину діагоналей граней $ABCD$ і DD_1C_1C відповідно. Визначте площу повної поверхні цього куба.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

21. Було проведено опитування серед учнів 5 класу про те, скільки приблизно годин на день кожен з них витрачає на соціальні мережі. Відповіді учнів відображено на діаграмі (див. рисунок). Психолог зазначив, що рекомендована кількість часу на користування соціальними мережами дорівнює 2 години. На скільки відсотків середня кількість годин користування учнями соціальними мережами перевищує рекомендовану?



Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

22. Знайдіть найбільше значення параметра a, за якого не має коренів рівняння $3^x + (4a^2 + 10a) \cdot 3^{-x} = 4a + 5$.

Відповідь: ☐☐☐☐,☐☐☐

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, \text{ якщо } a \geqslant 0, \\ -a, \text{ якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$ax^2 + bx + c = 0, \ a \neq 0$

$D = b^2 - 4ac$ – дискримінант

$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \ x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, якщо $D > 0$

$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$, якщо $D = 0$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Степені

$a^1 = a, \ a^n = \underbrace{a \cdot a \ldots \cdot a}_{n \text{ разів}}$ для $a \in R, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^0 = 1$, де $a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ для $a \neq 0, \ n \in N$

$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \ a > 0, \ m \in Z, \ n \in N, \ n \geqslant 2$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \qquad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \qquad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$

$(ab)^x = a^x \cdot b^x \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

Логарифми

$a > 0, \ a \neq 1, \ b > 0, \ c > 0, \ k \neq 0$

$a^{\log_a b} = b \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a 1 = 0$

$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$

$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$

$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$

Арифметична прогресія

$a_n = a_1 + d(n - 1) \qquad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Геометрична прогресія

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \qquad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \qquad (q \neq 1)$

Теорія ймовірностей

$P(A) = \frac{k}{n}$

Комбінаторика

$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n = n! \qquad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!} \qquad A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$

Похідна функції

C, α – сталі

$(C)' = 0$

$x' = 1$ $\qquad (x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\qquad (e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$ $\qquad (\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(u+v)' = u' + v'$ $\qquad (u-v)' = u' - v'$

$(uv)' = u'v + uv'$ $\qquad (Cu)' = Cu'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
x^α, $\alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln \lvert x \rvert + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$ – формула Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$\sin\alpha = y_\alpha$ $\qquad \cos\alpha = x_\alpha$ $\qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

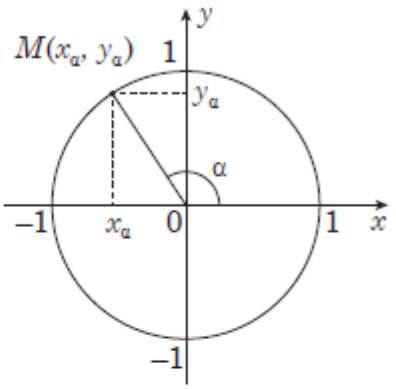
$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad 1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\qquad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$ $\qquad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$

$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$ $\qquad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$

$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$ $\qquad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$



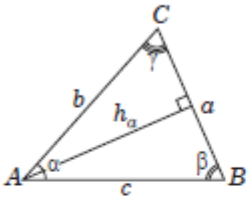
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	–1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	–1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$p = \frac{a+b+c}{2}$ $\quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$

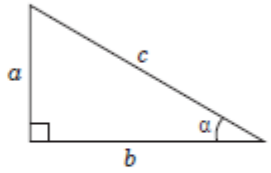
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a$ $\quad S = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha$ $\quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Прямокутний трикутник

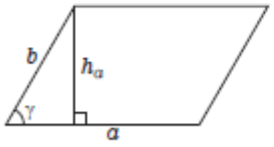
$a^2 + b^2 = c^2$ (теорема Піфагора)

$\frac{b}{c} = \cos\alpha$ $\quad \frac{a}{c} = \sin\alpha$ $\quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg}\alpha$



Чотирикутники

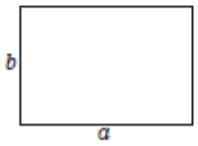
Паралелограм



$S = ab\sin\gamma$

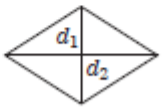
$S = ah_a$

Прямокутник



$S = ab$

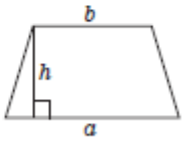
Ромб



$S = \frac{1}{2}d_1d_2$,

d_1, d_2 – діагоналі ромба

Трапеція



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$,

a і b – основи трапеції

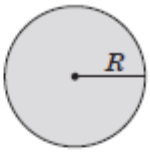
Коло



$L = 2\pi R$

$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$

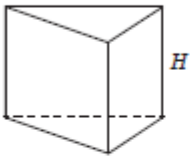
Круг



$S = \pi R^2$

Об'ємні фігури та тіла

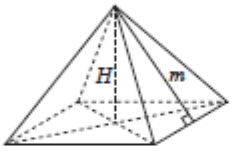
Пряма призма



$V = S_{осн} \cdot H$

$S_б = P_{осн} \cdot H$

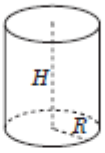
Правильна піраміда



$V = \frac{1}{3}S_{осн} \cdot H$

$S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot m$

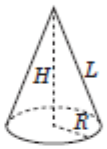
Циліндр



$V = \pi R^2 H$

$S_б = 2\pi RH$

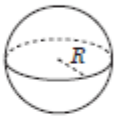
Конус



$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

$S_б = \pi RL$

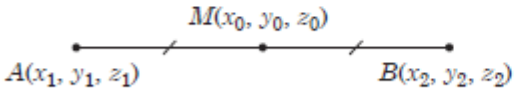
Куля, сфера



$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

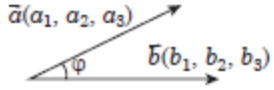
$S = 4\pi R^2$

Координати та вектори



$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$ $\quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$

$\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$ $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$



$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$

$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cos\varphi$

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.
3. Бурда М. І. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 288 с.
4. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 256 с.
5. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2019. 208 с.
6. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 240 с.
7. Нелін Є. П. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. Освіти. Харків: Видавництво «Ранок», 2018. 328 с.
8. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 304 с.
9. Істер О. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Генеза, 2018. 384 с.
10. Істер О. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підручник для 11 класу закладів загальної середньої освіти. Київ: Генеза, 2019. 304 с.

ЗМІСТ

Передмова……..……... 4

Частина І. Алгебра і початки аналізу

Розділ 1. Показникова та логарифмічна функції……. 6

Властивості та графіки показникової функції…… ……. 6

Розв'язування показникових рівнянь ……..…….. 9

Розв'язування показникових нерівностей…… 10

Логарифми та їх властивості…….. 11

Властивості та графік логарифмічної функції…… 14

Розв'язування логарифмічних рівнянь…… 17

Розв'язування логарифмічних нерівностей…… 18

Розв'язування систем логарифмічних рівнянь…… 20

Розділ 2. Інтеграл та його застосування…… 21

Первісна та її властивості……..……. 21

Таблиця первісних. Правила знаходження первісних…… 22

Визначений інтеграл, його фізичний та геометричний зміст. Формула Ньютона-Лейбніца…… 24

Основні властивості визначених інтегралів…… 27

Обчислення площ криволінійних трапецій. Обчислення площ плоских фігур…… 29

Розділ 3. Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики……..... 32

Елементи комбінаторики. Комбінаторні правила суми та добутку. Перестановки, розміщення, комбінації…… 32

Випадковий дослід і випадкова подія. Відносна частота події. Ймовірність події……. 36

Завдання ЗНО по темі: «Комбінаторика»…… 40

Класичне означення ймовірності…… 44

Завдання ЗНО по темі: «Класичне означення ймовірності»..…… 47

Використання формул комбінаторики для обчислення ймовірностей подій……. 51

Вибіркові характеристики: розмах вибірки, мода, медіана, середнє значення. Графічне подання інформації про вибірку…… 54

Частина ІІ. Геометрія

Розділ 4. Многогранники……. 59

Многогранник та його елементи. Опуклі многогранники…… 59

Завдання ЗНО по темі: «Многогранник»…….. 60

Правильні многогранники…… 62

Завдання ЗНО по темі: «Правильні многогранники»…… 63
Призма. Пряма і правильна призми…… 64
Завдання ЗНО по темі: «Призма»…… 67
Паралелепіпед. Прямокутний паралелепіпед…… 70
Завдання ЗНО по темі: «Паралелепіпед»……... 74
Піраміда. Зрізана піраміда…… 76
Завдання ЗНО по темі: «Піраміда»……..……... 79
Розділ 5. Тіла обертання…… 85
Тіла обертання. Циліндр та його елементи. Перерізи циліндра… 85
Завдання ЗНО по темі: «Циліндр»……..……...… 88
Вписана і описана призми…… 91
Конус……... 92
Завдання ЗНО по темі: «Конус»……..……...…… 94
Вписана і описана піраміди…… 97
Куля і сфера……. 97
Завдання ЗНО по темі: «Куля і сфера»……..……...……. 101
Розділ 6. Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл……. 103
Об'єм тіла. Об'єми призми та паралелепіпеда……. 103
Об'єм піраміди…….. 108
Об'єми тіл обертання……... 112
Площі поверхонь тіл обертання…….. 118
Завдання ЗНО по темі «Комбінації тіл обертання та многогранників»…….. 123
Розділ 7. Підготовка до НМТ……... 130
Варіант 1……... 130
Варіант 2……... 134
Варіант 3……... 138
Варіант 4……... 142
Варіант 5……... 146
Варіант 6……... 150
Варіант 7……... 154
Варіант 8……... 158
Варіант 9……... 162
Варіант 10…….. 166
Довідкові матеріали ...……..……. 170
Список використаних джерел…..…… 173